

У ОПШТЕМ СЛУЧАЈУ ТОПЛОТА ЈЕ ЈЕДАН ОД ВИДОВА У КОЈИМА СЕ ЕНЕРГИЈА ПОЈАВЉУЈЕ. У УЏЕМ СЛУЧАЈУ ТО ЈЕ ОНАЈ ВИД ЕНЕРГИЈЕ КОЈИ КАД СЕ ДОВОДИ (ОДВОДИ) НЕКОМ ТЕЛУ ИМА ЗА ПОСЛЕДИЦУ ПРОМЕНУ ЊЕГОВИХ ПАРАМЕТАРА СТАЊА (ИЛИ ЧАК И САМОП АРГЕРАТНОР СТАЊА), А У СЛУЧАЈУ ГАСОВА И ПОЈАВУ РАДА КОЈИ ОНИ МОГУ ДА НАД ОКОЛИНОМ ВРШЕ.

КОД ЧВРСТИХ ТЕЛА ТА ДОВЕДЕНА ТОПЛОТА НАЈЧЕШЋЕ СЕ МАНИФЕСТУЈЕ ИНТЕНЗИВИРАЊЕМ ОСЦИЛОВАЊА МОЛЕКУЛА ОКО ЧВОРОВА ГДЕ СЕ ОНИ НАЛАЗЕ (АКО ЈЕ У ПИТАЊУ КРИСТАЛНА РЕШЕТКА). КОД ТЕЧНИХ ТЕЛА ПОРЕД ЕФЕКТА ИНТЕНЗИВИРАЊА ОСЦИЛАЦИЈА ИМАМО И ЕФЕКАТ СЛАБЉЕЊА ВЕЗА ИЗМЕЂУ МОЛЕКУЛА. ОБА ОВА ЕФЕКТА ИМАЈУ ЗА ПОСЛЕДИЦУ ПОРАСТ ТЕМПЕРАТУРЕ ТЕЛА. И ЗА ЧВРСТА И ЗА ТЕЧНА ТЕЛА МОЖЕ СЕ РЕГИ:

$$Q_{12} = m c (T_2 - T_1) \quad m - \text{МАСА ТЕЛА}$$

c - СПЕЦИФИЧНИ ТОПЛОТНИ КАПАЦИТЕТ; ЗАВИСИ НАЈВИШЕ ОД ВРСТЕ СУПСТАЊЦЕ, А НЕЗНАТНО И ОД ТЕМПЕРАТУРЕ (ТАДА ПОРЊИ ИЗРАЗ ТРЕБА ПИСАТИ У ДИФЕРЕНЦИЈАЛНОЈ ФОРМИ).

$T_2 - T_1 = \Delta T$ - ПРОМЕНА ТЕМПЕРАТУРЕ ТЕЛА.

ЧВРСТА И ТЕЧНА ТЕЛА МОГУ ПРИ ЗАГРЕВАЊУ МЕНЈАТИ СВОЈЕ ДИМЕНЗИЈЕ, АЛИ У НЕЗНАТНОЈ ФОРМИ (ОБИМУ). НАЈЧЕШЋЕ СЕ ТА ПРОМЕНА ОПИСУЈЕ ЕМПИРИЈСКИМ РЕЛАЦИЈАМА:

1) $l = l_0 (1 + \alpha t)$ ПРОМЕНА ЛИНЕАРНЕ ДИМЕНЗИЈЕ ЧВРСТОГ ТЕЛА (ДУЖИНА, ШИРИНА, ВИСИНА)

$V(t) = V_0 (1 + \gamma t)$ ПРОМЕНА ЊЕГОВЕ ЗАПРЕМИНЕ; ЗА ЧВРСТО ТЕЛО $\gamma = 3\alpha$ И ТО НИЈЕ ТЕШКО ПОКАЗАТИ. l_0, V_0 СУ ОДРО-

ВАРАЈУРЕ ВЕЛИЧИНЕ НА ТЕМПЕРАТУРИ 0°C .

65

α - КОЕФИЦИЈЕНТ ЛИНЕАРНОГ ШИРЕЊА

γ - КОЕФИЦИЈЕНТ ЗАПРЕМИНСКОГ ШИРЕЊА

2) ЗА ТЕЧНОСТИ БИЋЕ СЛИЧНО:

$$V(t) = V_0 (1 + \gamma_t \cdot t)$$

НЕ ТРЕБА ПОСЕБНО ОБЈАШЊАВАТИ ДА ЈЕ НА МЕСТУ СЛЕДЕЋЕ ТВРЂЕЊЕ: ШТО ЈЕ МАЊИ ОПСЕР ПРОМЕНА ТЕМПЕРАТУРЕ, НАВЕДЕНИ ОБРАСЦИ СУ ТАЧНИЈИ.

ДОВОЂЕЊЕ (ОДВОЂЕЊЕ) НЕКЕ КОЛИЧИНЕ ТОПЛОТЕ МОЖЕ СЕ МАНИФЕСТОВАТИ НЕ САМО КРОЗ ПОРАСТ ТЕМПЕРАТУРЕ ВЕР И КРОЗ ФАЗНИ ПРЕЛАЗ: ТО ЈЕ У ОВОМ СЛУЧАЈУ ПРОМЕНА АГРЕГАТНОГ СТАЊА И ОНА СЕ ОДВИЈА НА КОНСТАНТНОЈ ТЕМПЕРАТУРИ И ПРИ КОНСТАНТНОМ ПРИТИСКУ.^(*)

(*) МИСЛИ СЕ ПУНИМ ИНТЕНЗИТЕТОМ. НПР. ИСПАРАВАЊЕ ВОДЕ, АЛИ ДАЛЕКО МАЊЕР ИНТЕНЗИТЕТА, ОДВИЈА СЕ И ИСПОД ТАЧКЕ КЛУЧАЊА.

$$Q = m q_T \quad q_T - \text{ЛАТЕНТНА ТОПЛОТА ФАЗНОГ ПРЕЛАЗА}$$

Q - ДОВЕДЕНА (ОДВЕДЕНА КОЛИЧИНА ТОПЛОТЕ)

АКО СЕ ДВА ТЕЛА РАЗЛИЧИТИХ ТЕМПЕРАТУРА ДОВЕДУ У ДОДИР У ТЕРМИЧКИ ИЗОЛОВАНОМ СУДУ, ДОБИ ЋЕ ДО СПОНТАНОГ ПРЕЛАЗА ТОПЛОТЕ СА ТЕЛА ВИШЕ ТЕМПЕРАТУРЕ НА ТЕЛО НИШЕ ТЕМПЕРАТУРЕ, ОВАЈ ПРОЦЕС ЗАВРШАВА СЕ РАВНОТЕЖНИМ СТАЊЕМ КАД ИМ СЕ ТЕМПЕРАТУРЕ ИЗЈЕДНАЧЕ.

УВОД У ТЕРМОДИНАМИКУ

ПОШТО ЈЕДИНО ГАСОВИ МОГУ ЗНАТНИЈЕ МЕЊАТИ СВОЈУ ЗАПРЕМИНУ, А ТО ЗНАЧИ ВРШИТИ МЕХАНИЧКИ РАД, КОЛЕ ЗНАЧАЈНИЈЕР ОБИМА НАД ОКОЛИНОМ, СВА ДАЉА РАЗМАТРАЊА ОДНОСИРЕ СЕ НА ЊИХ.

У оквиру овог курса посматраћемо само идеалне гасове, тј. оне у којима нема интеракције молекула, односно нема унутрашњег трења и енергетских губитака.

(66)

Термодинамика се ослања на достижну кинетичке теорије гасова и статистичке физике, али њу не интересују микроскопска, већ макроскопска стања и процеси. Та макроскопска слика одликује се параметрима као што су температура, притисак и запремина и они се називају параметрима стања.

Ако ти параметри немају тачно одређене вредности за цели систем, тај систем се налази у неравнотешном стању. Такав случај је ако су притисак и температура у разним тачкама нашег система различити. Ако се такав систем изолује од околине и препусти сам себи он ће показати тенденцу да пређе у равнотешно стање, тј. да се притисак и температура у свим његовим тачкама изједначе. Такви равнотешни параметри неће се без спољашње интервенције мењати произвољно дugo.

Прелаз између два стања назива се процес, било да је спонтан или инукован. Процеси могу бити:

- 1) повратни - одвијају се кроз читав низ равнотешних стања и зато се још називају равнотешни или квазистатички процеси. Особина им је да се могу одвијати кроз потпуно исти низ стања и у обрнутом смеру (отуда име). Ти процеси су по правилу толико спори да температура и притисак стигну да се током процеса увек изједначе у свим тачкама (процес изједначавања је пуно брзи од промене стања).
- 2) неповратни - све горе речено за њих не важи. То су по правилу брзи процеси, па притисак и температура

НЕ СТИГНУ ДА СЕ ИЗЈЕДНАЧЕ ПО ЦЕЛОЈ ЗАПРЕМИНИ. ОНИ СЕ НЕ МОГУ НА ИСТИ НАЧИН ОДВИЈАТИ У СУПРОТНОМ СМЕРУ. (67)

I ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМИКЕ

С ОБЗИРОМ НА УСТАНОВЉЕНУ ЧИЊЕНИЦУ ДА ГАС ИМА ТЕНДЕНЦИЈУ ДА СЕ ШИРИ, ТЈ. ДА ЗАУЗИМА СВЕ ВЕКИ ПРОСТОР НАУШТРЕ ДРУГИХ ТЕЛА, МОЖЕ СЕ ОЧЕКИВАТИ ДА ГАС ПРИ ТОМ ПОМЕРАЊУ СВОЈИХ ГРАНИЦА НАД ЊИМА ИЗВРШИ ОДРЕЂЕНИ МЕХАНИЧКИ РАД

I ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМИКЕ ПРЕДСТАВЉА У СТВАРИ ЗАКОН ОДРЖАЊА ЕНЕРГИЈЕ ЗА ГАС КОМЕ СЕ СПОЉА ДОВОДИ ИЗВЕСНА КОЛИЧИНА ТОПЛОТЕ; ТА ТОПЛОТА УТРОШИ СЕ ДЕЛОМ НА ПОВЕЋАЊЕ УНУТРАШЊЕ ЕНЕРГИЈЕ ГАСА, А ДЕЛОМ НА РАД КОЈИ ГАС ИЗВРШИ НАД ОКОЛИНОМ. ОВО СЕ МОЖЕ ЗАПИСАТИ КАО:

$$\delta Q = dU + dA \quad \text{У ИНФИНИТЕЗИМАЛНОЈ ФОРМИ}$$

$$Q_{12} = (U_2 - U_1) + A_{12} \quad \text{У ИНТЕГРАЛНОЈ ФОРМИ}$$

ОД САД, БЕМО ПОСМАТРАТИ САМО КВАЗИСТАТИЧКЕ ПРОЦЕСЕ СА ИДЕАЛНИМ ГАСОМ.

УНУТРАШЊА ЕНЕРГИЈА ГАСА

КОД ИДЕАЛНОГ ГАСА ЈЕ ТО УКУПНА КИНЕТИЧКА ЕНЕРГИЈА СВИХ ЊЕГОВИХ МОЛЕКУЛА. ПОШТО ТУ НЕМА ИНТЕРАКЦИЈЕ МОЛЕКУЛА, ЊИХОВА ПОТЕНЦИЈАЛНА ЕНЕРГИЈА ЈЕ НУЛА. У ОКВИРУ КИНЕТИЧКЕ ТЕОРИЈЕ ГАСОВА УТВРЂЕНО ЈЕ ДА ОНА ИЗНОСИ:

$$\epsilon = \frac{\hat{j}}{2} kT \quad \text{ЗА ЈЕДАН МОЛЕКУЛ, ОДНОСНО}$$

$$U = n \cdot \frac{\hat{j}}{2} R T \quad \text{ЗА КОЛИЧИНУ ГАСА ОД } n \text{ МОЛОВА}$$

ГДЕ \hat{j} ПРЕДСТАВЉА БРОЈ СТЕПЕНИ СЛОБОДЕ ($\hat{j}=3$ ЗА

ЈЕДНОАТОМНЕ, $\hat{f} = 5$ ЗА ДВОАТОМНЕ МОЛЕКУЛЕ ГАСА). (68)

АКО РАСТЕ ТЕМПЕРАТУРА, РАШЕ И ОДПОВАРАЈУЋА УНУТРАШЊА ЕНЕРГИЈА:

$$U_2 - U_1 = n \cdot \frac{\hat{f}}{2} R (T_2 - T_1)$$

k - БОЛЦМАНОВА КОНСТАНТА

R - УНИВЕРЗАЛНА ГАСНА КОНСТАНТА

ПРОМЕНА (ПОРАСТ) УНУТРАШЊЕ ЕНЕРГИЈЕ ЗАВИСИ ИСКЉУЧИВО ОД ПОЧЕТНЕ И КРАЈЊЕ ТЕМПЕРАТУРЕ (ТЈ. ПОЧЕТНОГ И КРАЈЊЕГ СТАЊА), А НЕ И ОД ВРСТЕ ПРОЦЕСА КОЈИ СЕ ПРИТОМЕ ОДВИЈА. ВЕЛИЧИНЕ ЗА КОЈЕ ТО ВАЖИ ЗОВЕМО ВЕЛИЧИНЕ (ФУНКЦИЈЕ) СТАЊА.

РАД ГАСА НАД ОКОЛИНОМ

АКО СЕ ГАС ПРИ НЕКОМ ПРОЦЕСУ ШИРИ И ПРИТОМЕ САВЛАДАВА НЕКУ СПОЉАШЊУ СИЛУ ОН БЕ ПРИТОМЕ ВРШИТИ РАД. ЛАКО ЈЕ ПОКАЗАТИ ДА ТАЈ РАД ИЗНОСИ:

$$dA = p dV \quad \text{ИНФИНИТЕЗИМАЛНИ ОБЛИК}$$

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV \quad \text{ИНТЕГРАЛНИ ОБЛИК}$$

ОВАКАВ РАД ЗАВИСИ ОД ПРОЦЕСА КОЈИМ СЕ ПРЕЛАЗИ ИЗ СТАЊА 1 У СТАЊЕ 2 И ЗАТО ОН НИЈЕ ВЕЛИЧИНА СТАЊА (ФУНКЦИЈА СТАЊА). САМИМ ТИМ НИ ДОВЕДЕНА ТЕПЛОТА Q_{12} НИЈЕ ФУНКЦИЈА СТАЊА.

$$dV > 0 \quad \text{ГАС ВРШИ РАД НАД ОКОЛИНОМ} \quad dA > 0$$

$$dV < 0 \quad \text{НАД ГАСОМ СЕ ВРШИ РАД} \quad dA < 0$$

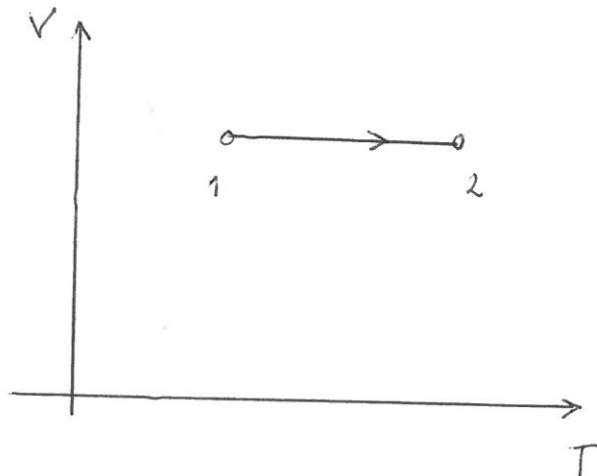
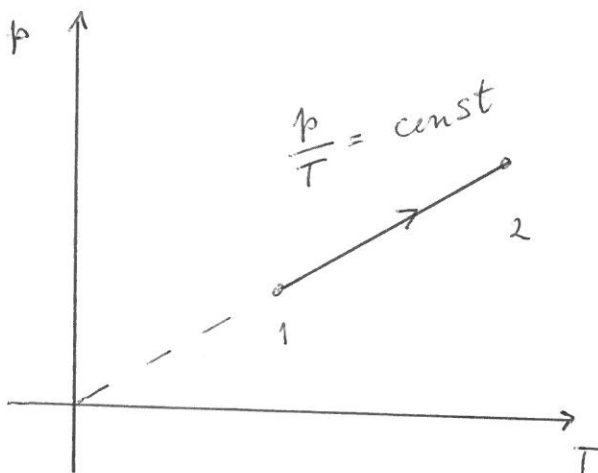
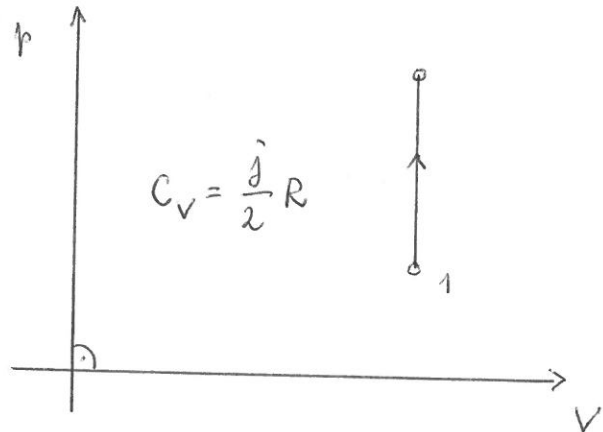
ПРИМЕРИ ВАНИЦИЈИХ ПРОЦЕСА

1) ИЗОХОРСКИ ПРОЦЕС - ПРОЦЕС КОДА КОГА ЗАПРЕМИНА ОСТАЈЕ СТАЛНА (ПОКЛОПАЦ СУДА ЗАКОЧЕН); $V = \text{const} \Rightarrow dV = 0 \Rightarrow dA = 0$

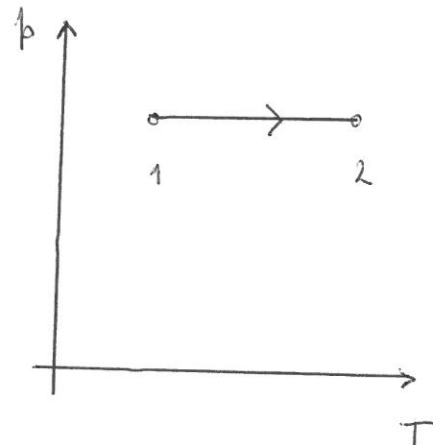
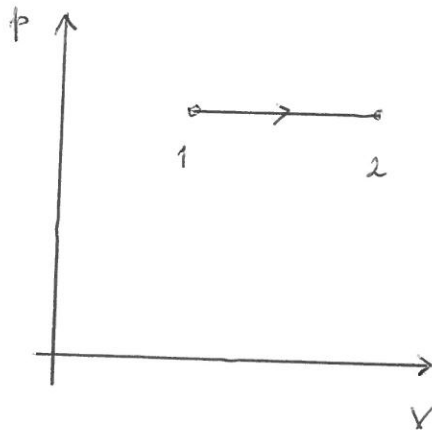
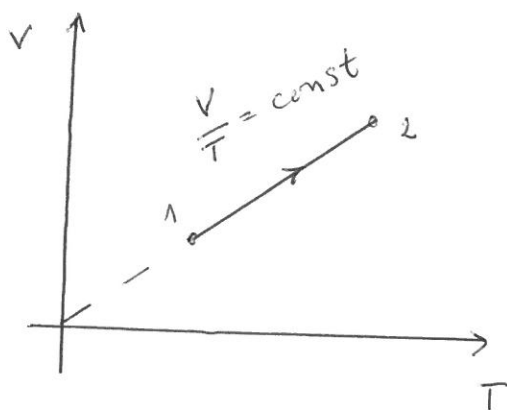
ПРЕМА I ПРИНЦИПУ ТЕРМОДИНАМИКЕ СВА ДОВЕДЕНА ГОПЛОТА УТРОШИ СЕ НА ПОРАСТ УНУТРАШЊЕ ЕНЕРГИЈЕ:

$$dQ = dU = n C_V dT, \quad dA = 0$$

$$Q_{12} = (U_2 - U_1) = n C_V (T_2 - T_1), \quad A_{12} = 0$$



2) ИЗОБАРСКИ ПРОЦЕС - ПРОЦЕС КОДА КОГА ПРИТИСАК ГАСА ОСТАЈЕ КОНСТАНТАН (ПОКЛОПАЦ СУДА ОТКОЧЕН И МОЖЕ СЕ СЛОБОДНО ПОМЕРАТИ):



$p = \text{const} \Rightarrow dp = 0$; ДИФЕРЕНЦИРАМО ЈЕДНАЧИНУ СТАЊА

ИДЕАЛНОГ ГАСА: $pV = nRT \Rightarrow p dV + V dp = nR dT \Rightarrow$

$dA = p dV = nRdT$ - РАД, КОЈИ ГАС ИЗВРШИ НАД ОКОЛИНОМ. По I ПРИНЦИПУ ТА БИМЕ: (70)

$$\begin{aligned} \delta Q &= nC_V dT + p dV = nC_V dT + dA = nC_V dT + nR dT = \\ &= n(C_V + R) dT = nC_P dT \end{aligned}$$

$$C_P = C_V + R$$

МАЈЕРОВА РЕЛАЦИЈА, ГДЕ ЈЕ C_P МОЛАРНИ СПЕЦИФИЧНИ ТОПЛОТНИ КАПАЦИТЕТ ПРИ СТАЛНОМ ПРИТИСКУ;

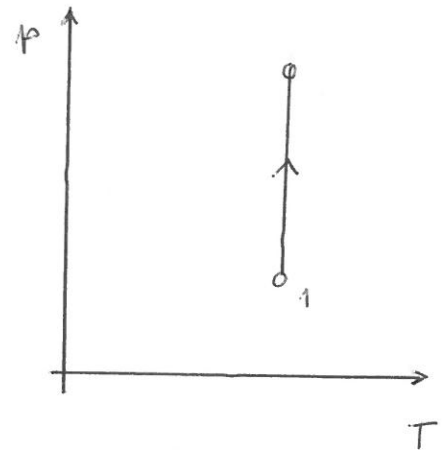
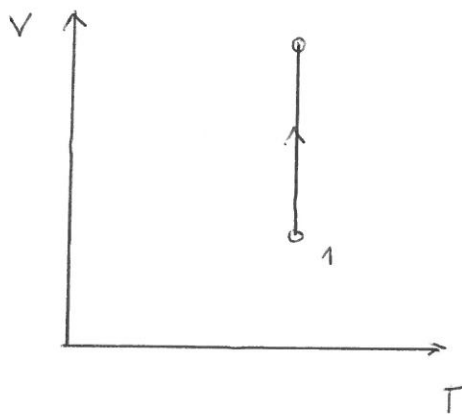
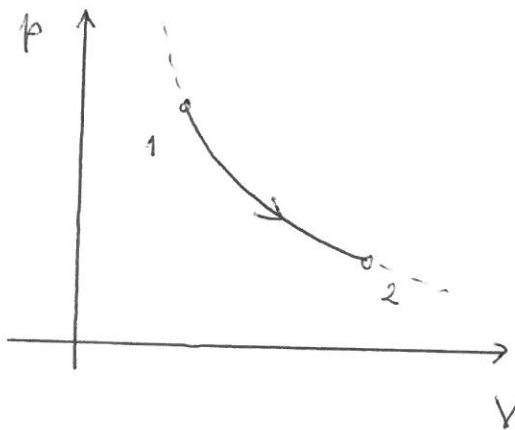
САДА ЈЕ:

$$Q_{12} = nC_P (T_2 - T_1) \quad C_P = \frac{j+2}{2} R$$

ИЗ КИНЕТИЧКЕ ТЕОРИЈЕ ГАСОВА

3) ИЗОТЕРМСКИ ПРОЦЕС - ПРОЦЕС КОД КОГА СЕ ТЕМПЕРАТУРА ГАСА ОДРЖАВА КОНСТАНТНОМ (НАЈЧЕШЋЕ ЛОШЕ ТЕРМИЧКИ ИЗОЛОВАНА СИСТЕМ). $T = \text{const} \Rightarrow dT = 0$ (СПОРИ ПРОЦЕСИ) \Rightarrow

$dU = 0 \Rightarrow$ СВА ДОВЕДЕНА ТОПЛОТА УТРОШИ СЕ НА РАД, КОЈИ ГАС ИЗВРШИ НАД ОКОЛИНОМ.

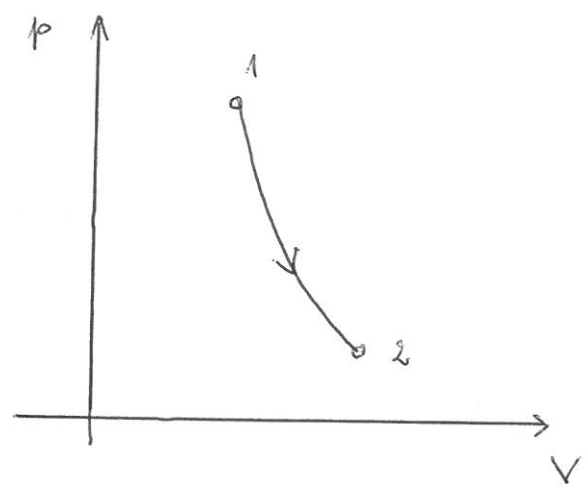


$$\delta Q = dA = p dV = \frac{nRT}{V} dV \Rightarrow Q_{12} = A_{12}$$

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

4) АДИЈАБАТСКИ ПРОЦЕС - ПРОЦЕС КОД КОГА НЕМА РАЗМЕНЕ ТОПЛОТЕ СА ОКОЛИНОМ, ТЈ. ДОВЕДЕНА ТОПЛОТА $\delta Q = 0$ (ОБИЧНО ДОБРО ТЕРМИЧКИ ИЗОЛОВАНА СИСТЕМ ИЛИ БРЗИ ПРОЦЕСИ). У pV АДИ-

ЗАГРАМУ АДИЈАБАТА ЛИЧИ НА
ИЗОТЕРМУ, ДАК ЈЕ ОД ЊЕ СТРИЈА:



ИЗ I ПРИНЦИПА ГА ЈЕ:

$$\delta Q = n C_v dT + p dV = 0$$

ДИФЕРЕНЦИРАЊЕМ ЈЕДНАЧИНЕ
СТАЊА ВЕР ЈЕ ДОБИЈЕНО:

$p dV + V dp = n R dT$; КАД, СЕ ИЗ I ПРИНЦИПА ГА ПОМОГУ
ОВЕ РЕЛАЦИЈЕ ЕЛИМИНИШЕ T ДОБИКЕ СЕ:

$$\frac{1}{R} C_v (p dV + V dp) + p dV = 0 \quad / \cdot R = C_p - C_v \Rightarrow$$

$$C_v \cdot p dV + C_v V dp + C_p p dV - C_v p dV = 0 \Rightarrow$$

$$C_v V dp + C_p \cdot p dV = 0 \Rightarrow \frac{dp}{p} + \frac{C_p}{C_v} \cdot \frac{dV}{V} = 0 \quad | \int \Rightarrow$$

$$\ln p + \frac{C_p}{C_v} \ln V = const \Rightarrow \boxed{p V^{C_p/C_v} = const} \quad \text{ГДЕ ЈЕ}$$

$$C_p/C_v = \gamma = \frac{\bar{f} + 2}{\bar{f}} \quad \text{АДИЈАБАТСКА КОНСТАНТА}$$

$\gamma = 5/3$ ЈЕДНОАТОМСКИ ГАС (ПЛЕМЕНИТИ ГАСОВИ)

$\gamma = 7/5$ ДВОАТОМСКИ ГАС (O_2, N_2, H_2, \dots ВАЗДУХ)

$$\boxed{p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma}$$

ЗАКОН АДИЈАБАТСКЕ ПРОМЕНЕ СТАЊА
ИДЕАЛНОГ ГАСА

КОМБИНАЦИЈОМ ГОРЊЕ РЕЛАЦИЈЕ И ЈЕДНАЧИНЕ СТАЊА $pV = nRT$
МОГУ СЕ ДОБИТИ АЛТЕРНАТИВНИ ОБРАСЦИ ЗА АДИЈАБАТСКИ ПРОЦЕС:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \quad \text{ИЛИ}$$

$$T_1^\gamma \cdot p_1^{1-\gamma} = T_2^\gamma \cdot p_2^{1-\gamma}$$

БЕЗ p

БЕЗ V

У ОВОМ СЛУЧАЈУ РАД, КОЈИ ГАС ИЗВРШИ НАД ОКОЛИНОМ (72)
 ЈЕДНАК ЈЕ:

$$\begin{aligned}
 A_{12} &= \int_{V_1}^{V_2} p dV = p_1 V_1^{\gamma} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^{\gamma}} = p_1 V_1^{\gamma} \cdot \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma} \cdot dV = \\
 &= p_1 V_1^{\gamma} \cdot \frac{1}{1-\gamma} \cdot V^{1-\gamma} \Big|_{V_1}^{V_2} = \frac{p_1 V_1^{\gamma}}{1-\gamma} \cdot (V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}) = \\
 &= \frac{p_1 V_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = - (U_2 - U_1)
 \end{aligned}$$

4) ПОЛИТРОПСКИ ПРОЦЕС - ЈЕДНА ВАЖНА КЛАСА ПРОЦЕСА КОЈИХ ЈЕ ТОКОМ ЦЕЛОГ ПРОЦЕСА $\underline{C} = \text{const}$ (А НЕ МОРА БИТИ НИ \underline{C}_p НИ \underline{C}_v), ТАКО ДА ВАЖИ:

$$\delta Q = n C dT = n C_v dT + p dV$$

ЗАНИМАЉИВО ЈЕ ВИДЕТИ КАКО ИЗГЛЕДА ЈЕДНАЧИНА ПРОМЕНЕ СТАЊА ИДЕАЛНОГ ГАСА У ОВОМ СЛУЧАЈУ; ОПЕТ ЋЕ БИТИ:

$$\frac{C}{R} (p dV + V dp) = \frac{C_v}{R} (p dV + V dp) + p dV \quad / \cdot R = C_p - C_v \Rightarrow$$

$$(C_v - C) (p dV + V dp) + (C_p - C_v) p dV = 0 \Rightarrow$$

$$(C_p - C) p dV + (C_v - C) V dp = 0 \Rightarrow \frac{dp}{p} + \frac{C_p - C}{C_v - C} \cdot \frac{dV}{V} = 0 \Rightarrow$$

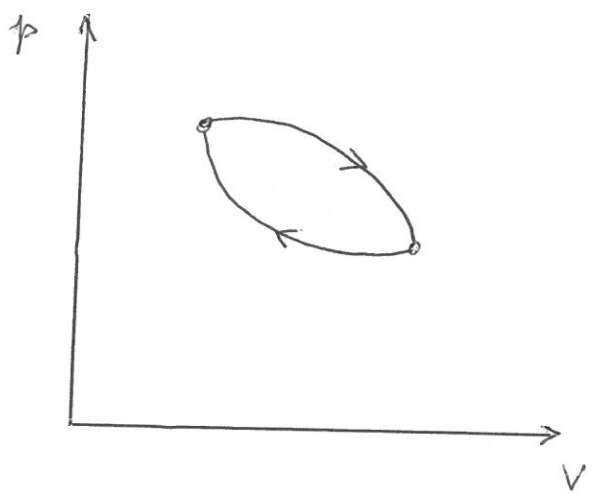
$$p V^m = \text{const}, \text{ ТЈ. } p_1 V_1^m = p_2 V_2^m \quad \text{ГДЕ ЈЕ } \underline{m} \text{ СТЕПЕН}$$

$$\text{ПОЛИТРОПЕ И ИЗНОСИ: } m = \frac{C_p - C}{C_v - C} = \frac{C - C_p}{C - C_v}$$

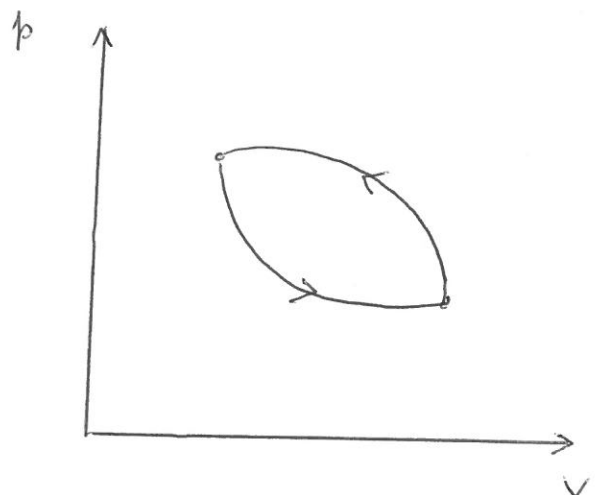
СВЕ ДОСАД ИЗЛОЖЕНО ОДНОСИЛО СЕ НА ПОВРАТНЕ ПРОЦЕСЕ (САМО КОД ЊИХ МОГУЋЕ ЈЕ ДЕФИНИСАТИ ЈЕДИНСТВЕНЕ p, T).

ТЕРМОДИНАМИЧКИ ЦИКЛУСИ

НАДОВЕЊИМО ИЗВЕСТАН БРОЈ ОВАКВИХ (ЗАСАД ПОВРАТНИХ) ПРОЦЕСА У НИЗ ЈЕДАН НА ДРУГИ ТАКО ТА ДА СЕ ПОЧЕТНА ТАЧКА ПРВОГ ПРОЦЕСА И КРАЈЊА ТАЧКА ПОСЛЕДЊЕГ ПРОЦЕСА ПОКЛАПАЈУ И ДОБИЈЕМО ЦИКЛУС. ЦИКЛУС СЕ МОЖЕ ОДВИЈАТИ У ДВА СМЕРА:



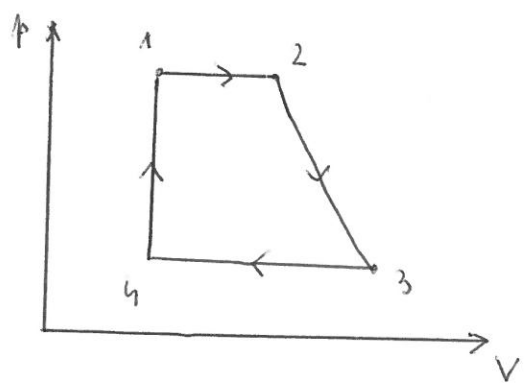
СМЕР КАЗАЉКЕ НА САТУ
ДЕШНОКРЕТНИ ЦИКЛУС
ТОПЛОТНИ МОТОР



СМЕР СУПРОТАН КАЗАЉКИ
ЛЕВОКРЕТНИ ЦИКЛУС
РАСХЛАДНИ УРЕЂАЈ ИЛИ ТОПЛОТНА ПУМПА

КОД ЦИКЛУСА КОЈИ ОПИСУЈУ ТОПЛОТНЕ МОТОРЕ ГЛАВНИ ЦИЉ ЈЕ ОДРЕДИТИ СТЕПЕН ИСКОРИШЋЕЊА, ОДНОСНО СТЕПЕН КОРИСНОГ ДЕЈСТВА МОТОРА. ИСКУСТВО НАЛАЖЕ ДА ЈЕ НАЈБОЉЕ ПОСТУПИТИ НА СЛЕДЕЋИ НАЧИН:

1) ОБЕЛЕЖИТИ СВЕ ТАЧКЕ ЦИКЛУСА (ГРАНИЧНЕ ТАЧКЕ ПРОЦЕСА)



2) СПЕЦИФИЦИРАТИ ПРОЦЕСЕ У ЦИКЛУСУ И ЗА СВАКИ ОД ПРОЦЕСА ПОМОГУ РАНИЈЕ ИЗЛОЖЕНИХ ФОРМУЛА НАГИ ДОВЕДЕНЕ КОЛИЧИНЕ ТОПЛОТЕ:

$$Q_{12}, Q_{23}, \dots, Q_{n-1, n}, Q_{n1}$$

(НЕКЕ ОД њИХ БИЋЕ > 0 , А НЕКЕ < 0)

3) ОНЕ ПОЗИТИВНЕ СЕ САБЕРУ И ТАКО СЕ ДОБИЈЕ ДОВЕДЕНА ТОП-

ЛОТА У ТОКУ ЦИКЛУСА:

$$Q_{dov} = \sum Q_{i, i+1} \quad (\text{САМО ПОЗИТИВНИ})$$

4) ОД ОНИХ НЕГАТИВНИХ УЗЕМ АПСОЛУТНУ ВРЕДНОСТ, ПА ТЕ АПСОЛУТНЕ ВРЕДНОСТИ САБЕРЕМ И ТАКО ДОБИЈЕМ ОДВЕДЕНУ ГОПЛОТУ (ПРЕДАТУ ХЛАДЉАКУ) ТОКОМ ЈЕДНОГ ЦИКЛУСА.

$$Q_{odv} = \sum |Q_{i, i+1}| \quad (\text{САМО НЕГАТИВНИ})$$

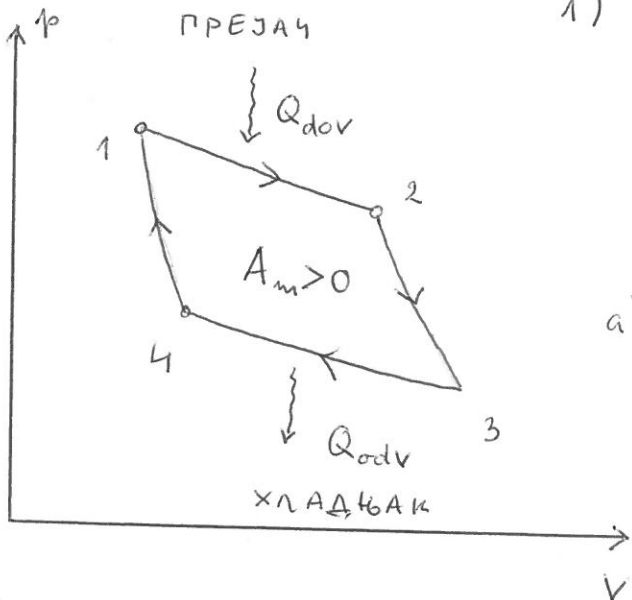
5) РАД, КОЈИ МОТОР ИЗВРШИ НАД ОКОЛИНОМ У ЈЕДНОМ ЦИКЛУСУ.

$$A_m = Q_{dov} - Q_{odv}$$

6) $\eta_m = A_m / Q_{dov}$ - СТЕПЕН КОРИСНОГ ДЕЈСТВА МОТОРА

КАРНООВ ЦИКЛУС

ЈЕ ЈЕДАН ОД НАЈСТАРИЈИХ И НАЈВАННИЈИХ ЦИКЛУСА. САСТОЈИ СЕ ИЗ ДВЕ ИЗОТЕРМЕ И ДВЕ АДИЈАБАТЕ И ЊЕГА БЕМО ДЕТАЉНИЈЕ АНАЛИЗИРАТИ:



1) МОТОР

$$T_1 = T_2 = T_g \quad (\text{ПРЕЈАЧ})$$

$$T_3 = T_4 = T_h \quad (\text{ХЛАДЉАК})$$

a) $Q_{12} = nRT_g \ln \frac{V_2}{V_1} > 0$

ИЗОТЕРМА, ДОВОДИ СЕ Q

b) $Q_{23} = 0$ АДИЈАБАТА

c) $Q_{34} = nRT_h \ln \frac{V_4}{V_3} < 0$

ИЗОТЕРМА, ОДВОДИ СЕ Q

d) $Q_{41} = 0$ АДИЈАБАТА

$$Q_{dov} = Q_{12} = nRT_g \ln \frac{V_2}{V_1}, \quad Q_{odv} = |Q_{34}| = nRT_h \ln \frac{V_3}{V_4}$$

$$\eta_m^c = \frac{nRT_g \ln \frac{V_2}{V_1} - nRT_e \ln \frac{V_3}{V_4}}{nRT_g \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_g \ln \frac{V_2}{V_1} - T_e \ln \frac{V_3}{V_4}}{T_g \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

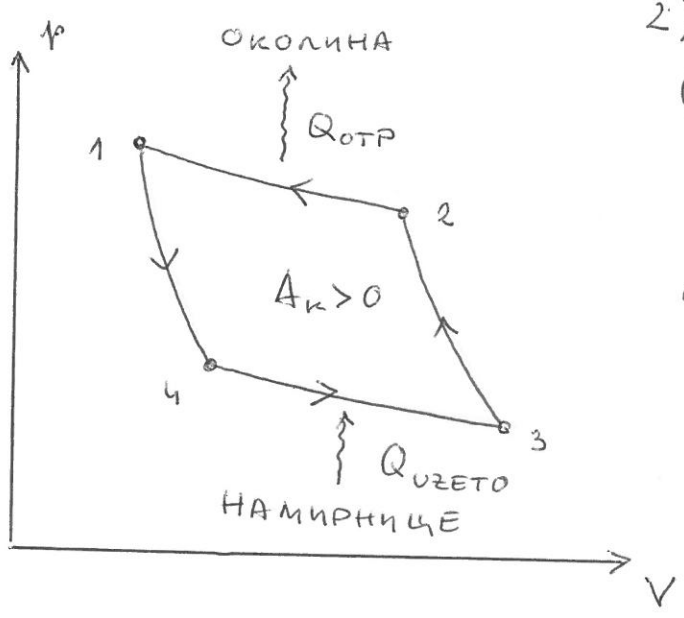
ЛЕВА АДИЈАБАТА ДАБЕ: $T_g V_1^{\gamma-1} = T_e V_4^{\gamma-1}$
 ДЕСНА АДИЈАБАТА ДАБЕ: $T_g V_2^{\gamma-1} = T_e V_3^{\gamma-1}$ } $\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$

ПА ЈЕ: $\eta_m^c = \frac{T_g - T_e}{T_g}$

ОВАЈ РЕМО БЕЗ ДОКАЗА НАВЕСТИ СЛЕДЕЋЕ ТВРЂЕЊЕ:

ОД СВИХ МОГУЋИХ (ПОВРАТНИХ)

ПРОЦЕСА ЧИЈЕ СВЕ ТЕМПЕРАТУРЕ ЛЕЖЕ У ИНТЕРВАЛУ $[T_e, T_g]$, ТОПЛОТНИ МОТОР КОЈИ РАДИ ПО КАРНОВОМ ЦИКЛУСУ ИМАЋЕ НАЈВЕЋИ СТЕПЕН КОРИСНОГ ДЕЈСТВА.



2) РАСХЛАДНИ УРЕЂАЈ

(ЗАДРЖАВАМО ИСТУ НОТАЦИЈУ)

$T_1 = T_2 = T_g$, $T_3 = T_4 = T_e$

a) $Q_{43} = nRT_e \ln \frac{V_3}{V_4}$

ТОПЛОТА УЗЕТА ОД НАМИРНИЦА

b) $|Q_{21}| = nRT_g \ln \frac{V_2}{V_1}$

ТОПЛОТА ПУШТЕНА У ПРОСТОРИЈУ

$Q_{uzeto} + A_k = Q_{otp}$ A_k - РАД КОМПРЕСОРА НАД ГАСОМ

Q_{uzeto} - КОРИСНО , Q_{otp} - БЕСКОРИСНО

$\eta_h = \frac{Q_{uzeto}}{A_k} \Rightarrow \eta_h^c = \frac{T_e}{T_g - T_e}$ КОЕФИЦИЈЕНТ ХЛАЂЕЊА

3) ТОПЛОТНА ПУМПА

$T_1 = T_2 = T_g$, $T_3 = T_4 = T_e$ (ИСТА НОТАЦИЈА)



a) $Q_{43} = Q_{42} = nRT_k \ln \frac{V_3}{V_4}$

ТОПЛОТА УЗЕТА ИЗ СПОБАШЊЕ СРЕДИНЕ

b) $|Q_{21}| = Q_{pred} = nRT_g \ln \frac{V_2}{V_1}$

ТОПЛОТА ПРЕДАТА ПРЕЈАНОЈ СОБИ :

$Q_{uz} + A_k = Q_{pred}$

A_k - РАД КОМПРЕСОРА НАД ГАСОМ

Q_{pred} - КОРИСНО , Q_{uz} - БЕСКОРИСНО

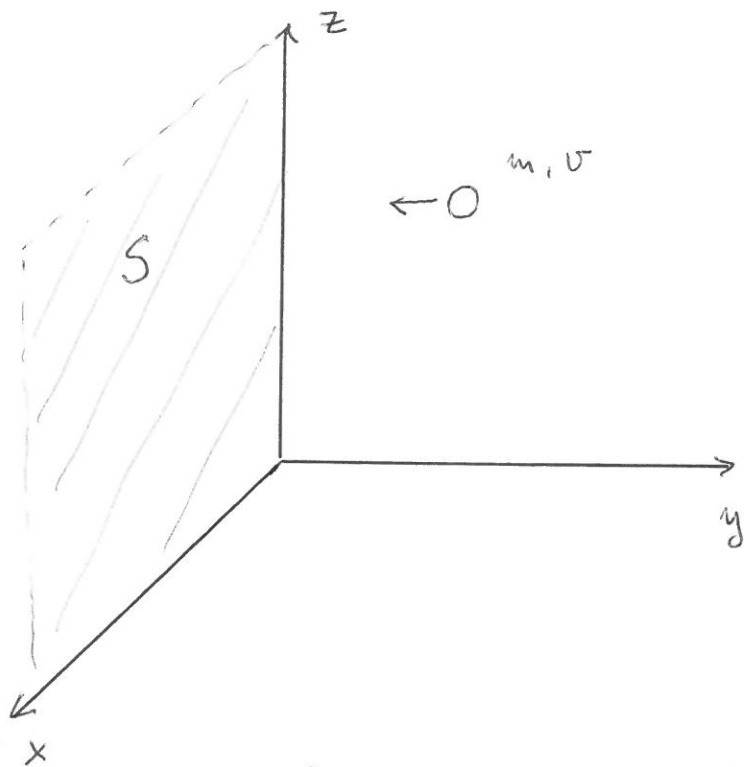
$\eta_g = \frac{Q_{pred}}{A_k} \Rightarrow \eta_g^c = \frac{T_g}{T_g - T_k}$ КОЕФИЦИЈЕНТ ПРЕЈАЊА

СТАТИСТИЧКА МЕХАНИКА

НЕПОБИТНА ЈЕ ЧИЊЕНИЦА ДА СЕ МОЛЕКУЛИ ИДЕАЛНОГ ГАСА НА ТЕМПЕРАТУРИ $T > 0 K$ НАЛАЗЕ У СТАЊУ НЕПРЕКИДНОГ, ХАОТИЧНОГ КРЕТАЊА. ТО ЗНАЧИ ДА ЈЕ НЕМОГУЋЕ ПОУЗДАНО УТВРДИТИ ШТА СЕ ДЕШАВА СА ЈЕДНИМ ИЗБРАНИМ МОЛЕКУЛОМ ГАСА, АЛИ СЕ КОРИШЋЕЊЕМ МАТЕМАТИЧКЕ СТАТИСТИКЕ И ТЕОРИЈЕ ВЕРОЈАТНОБЕ МОЋЕ ОДРЕДИТИ ПОНАШАЊЕ ВЕЃИНЕ ТИХ МОЛЕКУЛА. ЦИЉ ЈЕ ДА СЕ УСПОСТАВИ ВЕЗА ИЗМЕЂУ ПОНАШАЊА МОЛЕКУЛА НА МИКРОНИВОУ И МАКРОВЕЛИЧИНА КОЈЕ ОПИСУЈУ СТАЊЕ УКУПНЕ КОЛИЧИНЕ ГАСА.

ПРИТИСАК ИДЕАЛНОГ ГАСА - ПРВА ВЕЛИЧИНА КОЈУ БЕМО НА ОВАЈ НАЧИН ОДРЕЂИВАТИ ЈЕ ПРИТИСАК ИДЕАЛНОГ ГАСА; ОН СЕ ДЕФИНИШЕ КАО СИЛА (НОРМАЛНА) ПО ЈЕДИНИЦИ ПОВРШИНЕ ЗИДА КОЈОМ МОЛЕКУЛИ ПРИ СВОМ ХАОТИЧНОМ КРЕТАЊУ ДЕЛУЈУ НА ТАЈ ЗИД, НЕКА СЕ ЗИД ПОКЛАПА СА ХОЗ

РАВНИ. БЕЗ ОБЗИРА ШТО СЕ МОЛЕКУЛИ КРЕЉУ ХАОТИЧНО У СВИМ (77)



ПРАВЦИМА, МИ БЕМО (ВИДЕБЕ СЕ ОПРАВДАНО) ПРЕТПОСТАВИТИ ДА СЕ У УПРОШБЕНОЈ СЛИЦИ УСРЕДЊЕНО ТРЕЋИНА УКУПНОГ БРОЈА МОЛЕКУЛА КРЕБЕ ДУМ СВАКЕ ОД ОСА УВЕДЕНОГ ДЕКАРТОВОГ СИСТЕМА; У ЗИД БЕ УДАРТИ САМО МОЛЕКУЛИ КОЈИ СЕ КРЕБУ У НЕПАТИВНОМ СМЕРУ y -ОСЕ, ДАКЛЕ ЈЕДНА ШЕСТИНА УКУПНОГ БРОЈА МОЛЕ-

КУЛА. ОВО УПРОШБЕЊЕ ЈЕ ПОТПУНО У СКЛАДУ СА ЧИЊЕНИЦОМ ДА У РАВНОТЕЖНОМ СТАЊУ НЕМА ПРЕФЕРЕНТНИХ (ФАВОРИЗОВАНИХ У ОДНОСУ НА ДРУГЕ) ПРАВАЦА. СВИ ПРАВЦИ СУ РАВНОПРАВНИ, ДАКЛЕ ЈЕДНАКО ВЕРОВАТНИ.

СВАКИ ОД МОЛЕКУЛА ЕЛАСТИЧНО СЕ ОДБИЈА ОД НЕПОКРЕТНОГ ЗИДА; АКО ЈЕ ЊЕРОВА БРЗИНА ПРЕД УДАР БИЛА \underline{v}_y , ПРОМЕНА ЊЕРОВЕ КОЛЧИНЕ КРЕТАЊА ПРИ СУДАРУ ЈЕ:

$$\Delta K_1 = m v_y - m \cdot (-v_y) = 2m v_y$$

ГДЕ ЈЕ \underline{m} МАСА ЈЕДНОГ МОЛЕКУЛА. У ВРЕМЕНСКОМ ИНТЕРВАЛУ $\underline{\Delta t}$ БРОЈ МОЛЕКУЛА КОЈИ ПАДНЕ НА ЗИД ЈЕ:

$$\Delta N = n \cdot v_y \cdot S \cdot \Delta t \quad n - \text{КОНЦЕНТРАЦИЈА МОЛЕКУЛА}$$

ПА ЈЕ ЊИХОВА УКУПНА ПРОМЕНА КОЛЧИНЕ КРЕТАЊА:

$$\Delta K_N = (2m v_y) \cdot \Delta N = 2m v_y \cdot n v_y \cdot S \cdot \Delta t = 2mn v_y^2 \cdot S \Delta t$$

ПА ЈЕ ПРИТИСАК МОЛЕКУЛА ПАСА НА ЗИД ЈЕДНАК:

$$p = \frac{F_N}{S} = \frac{\Delta K_N}{S \Delta t} = 2 n m \sigma_y^2 = n m \sigma_y^2$$

(знак - означава молекуле који се крећу у негативном смеру y-осе). Интуитивно је јасно да у горњој релацији треба узети средњу вредност $\langle \sigma_y^2 \rangle$ уместо σ_y^2 па је

$$p = n \cdot m \cdot \langle \sigma_y^2 \rangle = \frac{1}{3} n m \left\{ \langle \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 \rangle \right\} =$$

$$= \frac{1}{3} n m \langle \sigma^2 \rangle \quad (\text{сви правци су независни и узајамно равноправни}). \Rightarrow$$

$$p = \frac{1}{3} \cdot n \cdot 2 \cdot \left\langle \frac{m \sigma^2}{2} \right\rangle = \frac{2}{3} n \langle E_k \rangle^*$$

где је $\langle E_k \rangle$ средња кинетичка енергија једног молекула. По Максвеловој теорији расподеле брзина је: (кинетичка теорија гасова) **

$$\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} k T \quad k = \frac{R}{N_A} \quad k - \text{Болцманова константа}$$

$$\Rightarrow p = \frac{2}{3} n \cdot \frac{3}{2} k T = n k T \quad \text{како је } n = \frac{N}{V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{N}{V} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T \quad \Rightarrow \quad p \cdot V = \frac{N}{N_A} \cdot R T$$

тј. једначина стања идеалног гаса.

*) СМатра се да се молекули могу сматрати чврстим куглицама које се крећу дуж три осе Декартовог система без ротације и вибрација (засад). Ако то не би био случај било би потребно у унутрашњу енергију урачунати и енергију ротације и вибрација, а то значи да би се морали узети у обзир и још неки степени слободе.

**) У СТАТИСТИЧКОЈ ФИЗИЦИ МОЖЕ СЕ ПОКАЗАТИ (АЛИ ТО ИЗЛАЗИ ИЗ ОКВИРА ОВОГ КУРСА) ДА ВАЖИ ЗАКОН (ИЛИ ПРИНЦИП) РАВНОМЕРНЕ РАСПОДЕЛЕ КИНЕТИЧКЕ ЕНЕРГИЈЕ ПО СТЕПЕНИМА СЛОБОДЕ БЕЗ ОБЗИРА НА ЊИХОВО ПОРЕКЛО. У РАВНОТЕЖНОМ СТАЊУ ТА СРЕДЊА КИНЕТИЧКА ЕНЕРГИЈА ЈЕДНОГ МОЛЕКУЛА ПО (ЈЕДНОМ) СТЕПЕНУ СЛОБОДЕ ИЗНОСИ:

$$\langle E_k \rangle = \frac{1}{2} kT \quad \text{ЗА ИДЕАЛАН ГАС}$$

САД СЕ ЛАКО МОЖЕ УТВРДИТИ БРОЈ СТЕПЕНИ СЛОБОДЕ У РАЗНИМ СЛУЧАЈЕВИМА; ОДНОСНО БРОЈ НЕЗАВИСНИХ КООРДИНАТА КОЈЕ ОПИСУЈУ КРЕТАЊЕ МОЛЕКУЛА:

а) $\bar{j} = 3$ ЗА ЈЕДНОАТОМНИ МОЛЕКУЛ; ТО СУ ТРИ ДЕКАРТОВЕ КООРДИНАТЕ x, y, z

б) $\bar{j} = 5$ ЗА ДВОАТОМНИ МОЛЕКУЛ; ТО СУ ДЕКАРТОВЕ КООРДИНАТЕ x_1, y_1, z_1 И x_2, y_2, z_2 УЗ ЈЕДНУ ВЕЗУ:

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 = d^2$$

$$3 + 3 - 1 = 5$$

ПА ЈЕДНА ОД ЊИХ НИЈЕ НЕЗАВИСНА.

с) $\bar{j} = 6$ ЗА ТРОАТОМНИ МОЛЕКУЛ; ТО СУ ДЕКАРТОВЕ КООРДИНАТЕ x_1, y_1, z_1 x_2, y_2, z_2 x_3, y_3, z_3 УЗ ТРИ ВЕЗЕ:

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 = d_{12}^2$$

$$(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 + (z_2 - z_3)^2 = d_{23}^2$$

$$(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2 = d_{31}^2$$

$$3 + 3 + 3 - 3 = 6$$

НА ОВАЈ НАЧИН ДОПУНИЛИ СМО ИЗЛАГАЊЕ О УНУТРАШЊОЈ ЕНЕРГИЈИ ИДЕАЛНОГ ГАСА U , ОДНОСНО О СПЕЦИФИЧНОМ МОЛАРНОМ ТОПЛОТНОМ КАПАЦИТЕТУ ПРИ СТАЛНОЈ ЗАПРЕМИНИ C_v .

МАКСВЕЛОВА РАСПОДЕЛА МОЛЕКУЛА ПО БРЗИНАМА

(80)

ПОШТО НЕМАЈУ СВИ МОЛЕКУЛИ ИДЕАЛНОГ ГАСА У ЈЕДНОЈ ПРОСТОРИЈИ ЈЕДНАКЕ БРЗИНЕ, ЦИЉ ОВОГ РАЗМАТРАЊА ЈЕ ДА СЕ УТВРДИ КОЈИ ПРОЦЕНАТ (ИЛИ БРОЈ) МОЛЕКУЛА ОД УКУПНОГ БРОЈА ИМА БРЗИНУ У ОПСЕГУ:

$$(v_x, v_x + dv_x; v_y, v_y + dv_y; v_z, v_z + dv_z) \quad \text{ТЈ:}$$

$$dN' = N \cdot f(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z = N d^3P_{v_x, v_y, v_z}$$

ОДНОСНО КОЈИ БРОЈ МОЛЕКУЛА ИМА ИНТЕНЗИТЕТ БРЗИНЕ У ОПСЕГУ $(v, v + dv)$; ОБА НАРАВНО У РАВНОТЕЖНОМ СТАЊУ:

$$dN'' = N \cdot F(v) \cdot dv = N dP_v$$

ПРИ ТОМЕ СЕ У ОБА СЛУЧАЈА ВЕЛИЧИНЕ $\frac{dN'}{N}$ ($\frac{d^3N}{N}$) МОГУ ПРОТУМАЧИТИ КАО ОДГОВАРАЈУЋЕ ВЕРОВАТНОЋЕ, А $f(v_x, v_y, v_z)$ И $F(v)$ КАО ОДГОВАРАЈУЋЕ ПУСТИНЕ ФУНКЦИЈЕ РАСПОДЕЛЕ ПО ВЕКТОРУ БРЗИНЕ, ОДНОСНО МОДУЛУ БРЗИНЕ. У СТАТИСТИЧКОЈ ФИЗИЦИ СЕ УВОДИ ЕРГОДИЧКА ХИПОТЕЗА (ИЗЛАЗИ ИЗ ОКВИРА КУРСА); ЈЕДНА ОД ЊЕНИХ ФОРМУЛАЦИЈА КАЖЕ: У РАВНОТЕЖНОМ СТАЊУ $f(\vec{v})$ И $F(v)$ ЗАВИСЕ ИСКЉУЧИВО ОД КИНЕТИЧКЕ ЕНЕРГИЈЕ МОЛЕКУЛА, ШТО ЗА ПОСЛЕДИЦУ ИМА:

$$f(\vec{v}) \rightarrow f(v^2) = f(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2), \quad F(v) = F(v^2)$$

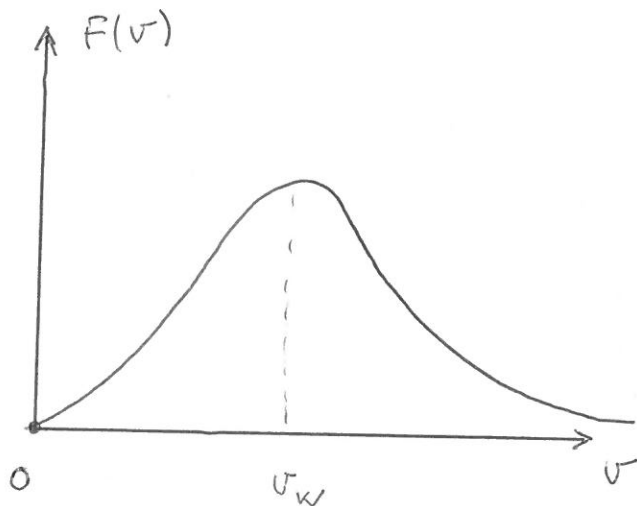
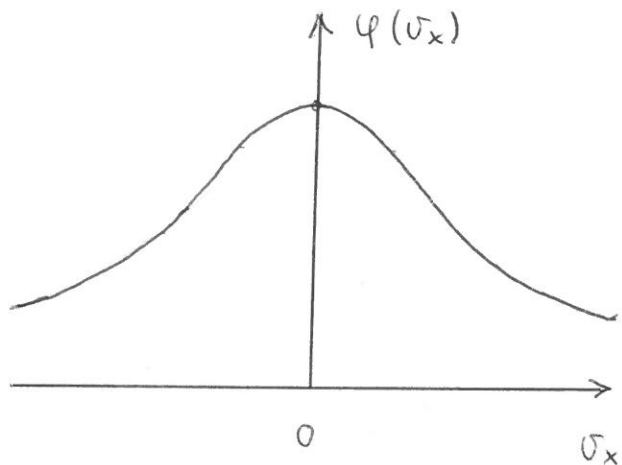
СМАТРАЈУЋИ ДА СУ СВИ ПРАВЦИ РАВНОПРАВНИ И МЕЂУСОБНО НЕЗАВИСНИ (РАСПОДЕЛА ПО ЈЕДНОМ ПРАВЦУ НЕ УТИЧЕ НА РАСПОДЕЛУ ПО ДРУГОМ), ПОСЛЕ ДУЖЕГ МАТЕМАТИЧКОГ ИЗВОЂЕЊА (КОЈЕ ЈЕ ОВДЕ НЕПОТРЕБНО) ДОБИЈА СЕ РЕЗУЛТАТ:

$$\frac{d^3N_{v_x, v_y, v_z}}{N} = d^3P_{v_x, v_y, v_z} = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} \cdot e^{-\frac{mv_y^2}{2kT}} \cdot e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}} \cdot dv_x \cdot dv_y \cdot dv_z =$$

$$= [\varphi(v_x) \cdot dv_x] \cdot [\varphi(v_y) \cdot dv_y] \cdot [\varphi(v_z) \cdot dv_z]$$

КАО И: $\frac{dN_v}{N_v} = dP_v = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot 4\pi v^2 \cdot dv = F(v) dv$

ФУНКЦИЈЕ $\varphi(v_x)$ И $F(v)$ МОГУ СЕ И ГРАФИЧКИ ПРИКАЗАТИ



СА ЛЕВОГ ЦРТЕЊА ЈАСНО ЈЕ ДА ЈЕ ФУНКЦИЈА ГУСТИНЕ РАСПОДЕЛЕ $\varphi(v_x)$ ПАРНА ФУНКЦИЈА, ТЈ. ВЕРОВАТНОГА КРЕТАЊА МОЛЕКУЛА ЈЕДНАКА ЈЕ У ОБА СМЕРА X-ОСЕ (Y, Z ОСЕ), ШТО СЕ И ОЧЕКУЈЕ У РАВНОТЕЉНОМ СТАЊУ.

СА ДЕСНОГ ЦРТЕЊА МОЖЕ СЕ ПРИМЕТИТИ ДА ЈЕ ВЕРОВАТНОГА ДА БИЛО КОЈИ МОЛЕКУЛ МИРУЈЕ НА $T > 0K$ ЈЕДНАКА 0, ЧИМЕ ЈЕ ПОТВРЂЕНА ХИПОТЕЗА О ПЕРМАНЕНТНОМ КРЕТАЊУ.

ВАЖНА ПОСЛЕДИЦА ЈЕ ДА СЕ ПОМОГУ ГУСТИНЕ ФУНКЦИЈЕ РАСПОДЕЛЕ НЕКЕ СЛУЧАЈНЕ ВЕЛИЧИНЕ МОЖЕ ОДРЕДИТИ ЊЕНА СРЕДЊА ВРЕДНОСТ:

$$\langle \alpha(x) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) f(x) dx$$

$f(x)$ - ГУСТИНА ФУНКЦИЈЕ РАСПОДЕЛЕ СЛУЧАЈНЕ ВЕЛИЧИНЕ

$\alpha(x)$ - БИЛО КОЈА ВЕЛИЧИНА КОЈА ЗАВИСИ ОД СЛУЧАЈНЕ ВЕЛИЧИНЕ X.

ТАКО СЕ МОЖЕ ПОКАЗАТИ ДА ЈЕ:

1) $\langle v_x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} v_x \cdot \psi(v_x) dv_x = 0$ ШТО ЈЕ ПОТПУНО У СКЛАДУ СА КОМЕНТАРОМ ОД МАЛОЧАС.

2) СРЕДЊА ВРЕДНОСТ ИНТЕНЗИТЕТА БРЗИНЕ ЈЕ:

$$\langle v \rangle = \int_0^{+\infty} v F(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

3) СРЕДЊА ВРЕДНОСТ КВАДРАТА БРЗИНЕ ЈЕ

$$\langle v^2 \rangle = \int_0^{+\infty} v^2 F(v) \cdot dv = \frac{3kT}{m}$$

ПА ЈЕ СРЕДЊА КВАДРАТНА БРЗИНА ОДАВДЕ ЈЕДНАКА $v_{kv} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$. ОВИ ИЗ-

РАЗИ ИСКОРИШЋЕНИ СУ ЗА ИЗВОЂЕЊЕ ИЗРАЗА ЗА УНУТРАШЊУ ЕНЕРГИЈУ.

4) $F(v)$ ИМА СВОЈУ МАКСИМАЛНУ ВРЕДНОСТ $v_w = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$ (НАЈВЕРОВАТНИЈА БРЗИНА), КОЈА СЕ ДОБИЈА ИЗ УСЛОВА $dF/dv = 0$.

5) ВАЖНО ЈЕ ЈОШ НАПОМЕНУТИ ДА $F(v)$ ЗАДОВОЉАВА УСЛОВ

НОРМИРАНОСТИ:

$$\int_0^{+\infty} F(v) dv = 1 \Rightarrow$$

УКУПНА ВЕРОВАТНОЋА ДА НЕКИ МОЛЕКУЛ ИМА ИНТЕНЗИТЕТ БРЗИНЕ У ИНТЕРВАЛУ $(0, +\infty)$ ИЗНОСИ 1.

БОЛЦМАНОВА РАСПОДЕЛА

АКО ДОЗВОЛИМО ДА НАШЕ ТЕЛО ПОРЕД КИНЕТИЧКЕ ПОСЕДУЈЕ И ПОТЕНЦИЈАЛНУ ЕНЕРГИЈУ $E_p(x, y, z)$, ПОСЛЕДИЦА ЋЕ БИТИ ДА ДЕЛОВИ СИСТЕМА ИМАЈУ НЕХОМОГЕНУ ПРОСТОРНУ РАСПОДЕЛУ. ГУСТИНА ФУНКЦИЈЕ ТЕ РАСПОДЕЛЕ ЗАВИСИ ЋЕ ОД $E_p(x, y, z)$ НА ИСТИ НАЧИН КАО МАКСВЕЛОВА РАСПОДЕЛА ПО БРЗИНАМА ОД E_k , ТЈ.

$$\frac{d^3N_{x,y,z}}{N} = \frac{1}{V} \cdot e^{-\frac{E_p(x,y,z)}{kT}} \cdot C \cdot dx dy dz$$

ГДЕ ЈЕ V УКУПНА ЗАПРЕМИНА СИСТЕМА, А C КОНСТАНТА КОЈА СЕ ОДРЕЂУЈЕ ИЗ УСЛОВА НОРМИРАЊА. ОВАЈ ИЗРАЗ ПРЕДСТАВЉА БОЛЦМАНОВУ РАСПОДЕЛУ МОЛЕКУЛА ГАСА ПО ДЕЛИЦИМА ПРОСТОРА. ОВАКВА БОЛЦМАНОВА РАСПОДЕЛА И МАКСВЕЛОВА РАСПОДЕЛА ПО БРЗИНАМА МОГУ СЕ ОБУХВАТИТИ ЈЕДИНСТВЕНОМ МАКСВЕЛ-БОЛЦМАНОВСМ РАСПОДЕЛОМ.

ЧЕСТО (ПОРОТОВО У МОДЕРНОЈ ФИЗИЦИ) НАШЕ ЧЕСТИЦЕ МОГУ ЗАУЗИМАТИ САМО ДИСКРЕТНА ЕНЕРГЕТСКА СТАЊА E_1, \dots, E_n . БОЛЦМАНОВА РАСПОДЕЛА ТАДА КАМЕ ДА ЈЕ БРОЈ ЧЕСТИЦА У ЈЕДНОМ ЕНЕРГЕТСКОМ СТАЊУ У СЛУЧАЈУ РАВНОТЕЖЕ ЈЕДНАК:

$$N_i = N \cdot \frac{e^{-E_i/kT}}{\sum_{j=1}^n e^{-E_j/kT}} \quad N - \text{УКУПАН БРОЈ ЧЕСТИЦА}$$

МИКРО И МАКРО СТАЊА. СТАТИСТИЧКА ТЕЖИНА

- 1) СТАЊЕ МАКРОСКОПСКОГ ТЕЛА (КОЈЕ СЕ САСТОЈИ ИЗ ОГРОМНОГ БРОЈА МОЛЕКУЛА) СЕ МОЖЕ ЗАДАТИ ПРЕКО ПРИТИСКА, ЗАПРЕМИНЕ, ТЕМПЕРАТУРЕ И ДРУГИХ МАКРОСКОПСКИХ ПАРАМЕТАРА КОЈИ ОПИСУЈУ ТЕЛО У ЦЕЛИНИ. ТО ЈЕ МАКРОСТАЊЕ.
- 2) СТАЊЕ МАКРОСКОПСКОГ ТЕЛА МОЖЕ СЕ ОПИСАТИ И ДЕТАЉНИЈЕ, ВОДЕКИ РАЧУНА О СВАКОМ њЕПОВОМ ДЕЛИКУ (МОЛЕКУЛУ). СВАКО ТАКО ОПИСАНО СТАЊЕ НАЗИВА СЕ МИКРОСТАЊЕ.
- 3) СВАКО МАКРОСТАЊЕ МОЖЕ СЕ РЕАЛИЗОВАТИ КРОЗ ВЕЛИ БРОЈ МИКРОСТАЊА. БРОЈ МИКРОСТАЊА КОЈИ ОДПОВАРА ЈЕДНОМ МАКРОСТАЊУ НАЗИВА СЕ СТАТИСТИЧКА ТЕЖИНА ИЛИ ТЕРМОДИНАМИЧКА ВЕРОВАТНОБА ТОГ МАКРОСТАЊА И ОБЕЛЕЖАВА СА Ω ($\Omega > 1$),

ПОЈАМ МИКРОСТАЊА И МАКРОСТАЊА НАЈЛАКШЕ ЈЕ СХВАТИТИ НА ЈЕДНОСТАВНОМ ПРИМЕРУ ИЗ КОМБИНАТОРИКЕ. ИМАМО ПЕТ ЧЕСТИЦА A, B, C, D, E КОЈЕ ТРЕБА РАСПОРЕДИТИ (СВЕ, БЕЗ ОСТАТКА) У ДВЕ КУТИЈЕ I И II . ЈЕДНО ОД МОГУЋИХ МАКРОСТАЊА ЈЕ ДА СЕ У КУТИЈИ I НАЂУ ДВЕ ЧЕСТИЦЕ (А У КУТИЈИ II ТРИ ЧЕСТИЦЕ):

I	II
AB	CDE
AC	BDE
AD	BCE
AE	B CD
BC	ADE
BD	ACE
BE	ACD
CD	ABE
CE	ABD
DE	ABC

ДАКЛЕ ЈЕДНОМ МАКРОСТАЊУ У ОВОМ СЛУЧАЈУ ОДГОВАРА 10 МИКРОСТАЊА.

ДАКЛЕ $\Omega = 10$ ТОГ МАКРОСТАЊА.

ПРИ ТОМЕ СЕ СМАТРА ДА СУ У РАВНОТЕЖНОМ СТАЊУ СВА МИКРОСТАЊА ЈЕДНАКО ВЕРОВАТНА (ОПЕТ ЕРГОДИЧКА ХИПОТЕЗА).

ВЕРОВАТНОБА МАКРОСТАЊА СРАЗМЕРНА ЈЕ ЊЕГОВОЈ СТАТИСТИЧКОЈ ТЕЖИНИ Ω

И ИМА СЛЕДЕЋУ ОСОБИНУ:

АКО СЕ СИСТЕМ ЧЕСТИЦА САСТОЈИ ИЗ ДВА ПОДСИСТЕМА КОЈИ НЕ РЕАГУЈУ МЕЂУСОБНО И ИМАЈУ СТАТИСТИЧКЕ ТЕЖИНЕ Ω_1 И Ω_2 РЕСПЕКТИВНО, УКУПНА СТАТИСТИЧКА ТЕЖИНА ЦЕЛОГ СИСТЕМА ЈЕ:

$$\Omega = \Omega_1 \cdot \Omega_2$$

ОЧИГЛЕДНО ЈЕ ДА СТАТИСТИЧКА ТЕЖИНА (ТЕРМОДИНАМИЧКА ВЕРОВАТНОБА) НИЈЕ АДИТИВНА ВЕЛИЧИНА. ДА БИ СЕ ПОСТИГЛА АДИТИВНОСТ ТРЕБА ПОРЊУ РЕЛАЦИЈУ ЛОГАРИТМОВАТИ:

$$\ln \Omega = \ln \Omega_1 + \ln \Omega_2$$

ШТО НАМ ОМОГУЋАВА ДА УВЕДЕМО НОВУ ФИЗИЧКУ ВЕЛИЧИНУ - ЕНТРОПИЈУ СИСТЕМА:

$$S = k \ln \Omega \quad \text{УЗ ОСОБИНУ} \quad S_1 + S_2 = S$$

ОВАКО ОДРЕЂЕНА ЕНТРОПИЈА ИМА ЈОШ НЕКЕ ОСОБИНЕ: (85)

1) ПРИ ОДВИЈАЊУ БЕСПОВРАТНОГ ПРОЦЕСА ИЗОЛОВАНИ СИСТЕМ ПРЕЛАЗИ ИЗ МАЊЕ ВЕРОВАТНОГ СТАЊА У ВИШЕ ВЕРОВАТНО СТАЊЕ И ПРИ ТОМЕ ЕНТРОПИЈА РАСТЕ (И ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМИКЕ), $dS > 0$

2) ЕНТРОПИЈА СИСТЕМА У СТАЊУ РАВНОТЕЖЕ ЈЕ МАКСИМАЛНА У СТАТИСТИЧКОЈ ФИЗИЦИ МОЖЕ СЕ ПОКАЗАТИ (АЛИ ИЗЛАЗИ ИЗ ОКВИРА ОВОГ КУРСА) ДА ЈЕ ДОВЕЂЕНА ТОПЛОТА ПРИ ПОВРАТНОМ ПРОЦЕСУ ПОВЕЗАНА СА ПРОМЕНОМ ЕНТРОПИЈЕ НА СЛЕДЕЋИ НАЧИН:

$dS = \frac{dQ}{T}$ ГДЕ ЈЕ T АПСОЛУТНА ТЕМПЕРАТУРА СИСТЕМА. ВАЖНО ЈЕ ПРИМЕТИТИ ДА dQ НИЈЕ ВЕЛИЧИНА СТАЊА, А ПРОМЕНА ЕНТРОПИЈЕ ЈЕСТЕ, КАО И УНУТРАШЊА ЕНЕРГИЈА U .

АКО ЈЕ У ПИТАЊУ БЕСПОВРАТНИ ПРОЦЕС БИЋЕ:

$dS > \frac{dQ}{T}$ - T ЈЕ АПСОЛУТНА ТЕМПЕРАТУРА РЕЗЕРВОАРА ИЗ КОРА СЕ СИСТЕМУ ДОВОДИ ТОПЛОТА dQ .

ОБЕ ОВЕ РЕЛАЦИЈЕ ЧЕСТО СЕ ЗАЈЕДНО ПИШУ КАО:

$T dS \geq dQ$ ГДЕ ЗНАК ЈЕДНАКОСТИ ВАЖИ ЗА ПОВРАТНИ ПРОЦЕС.

МОГЛО БИ СЕ РЕЋИ ДА ЈЕ ОВАКО ДЕФИНИСАНА ЕНТРОПИЈА У СТВАРИ МЕРА НЕУРЕЂЕНОСТИ СИСТЕМА.

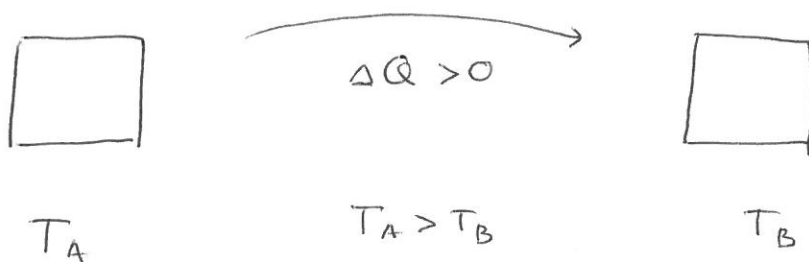
*) ПРИ ТЕМПЕРАТУРИ $T = 0\text{K}$ СВЕ ЧЕСТИЦЕ СИСТЕМА НАЛАЗЕ СЕ У СТАЊУ МИРОВАЊА (КАО „ЗАМРЗНУТЕ“) И ТЕРМОДИНАМИЧКА ВЕРОВАТНОБА ТАКВОГ СТАЊА $\Omega = 1 \Rightarrow S = k \ln 1 = 0$

Тј. $\lim_{T \rightarrow 0} S(T) = 0$ и овај став назива се НЕРНСТОВА (86)
ТЕОРЕМА или III ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМИК

**) МОЖЕ СЕ ПОКАЗАТИ ДА ЈЕ ЗАКОН ПОРАСТА ЕНТРОПИЈЕ У СКЛАДУ СА ОПШТЕ ПОЗНАТОМ ЧИЊЕНИЦОМ ДА ТОПЛОТА СПОНТАНО (И НЕПОВРАТНО) ПРЕЛАЗИ СА ТОПЛИЈЕГ ДЕЛА СИСТЕМА НА ХЛАДНИЈИ ДЕО СИСТЕМА.

ДЕО СИСТЕМА А

ДЕО СИСТЕМА В



УКУПАН СИСТЕМ А+В ЈЕ ИЗОЛОВАН \Rightarrow

$$\Delta S_A = - \frac{\Delta Q}{T_A}, \quad \Delta S_B = \frac{\Delta Q}{T_B}, \quad \Delta S = \Delta S_A + \Delta S_B \quad (\text{АДИТИВНОСТ})$$

$$\Delta S = - \frac{\Delta Q}{T_A} + \frac{\Delta Q}{T_B} = \Delta Q \left(\frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_A} \right) > 0 \Rightarrow \Delta S > 0 \Rightarrow S \uparrow$$

ПРИ ТОМЕ ТРЕБА ТРЕБА ИМАТИ НА УМУ ДА СЕ ЗА ПОВРАТНЕ ПРОЦЕСЕ МОЖЕ ИЗРАЧУНАТИ САМО ПРОМЕНА ЕНТРОПИЈЕ:

$$dS = \frac{dQ}{T} \Rightarrow S_{кр} - S_{поџ} = \int_{поџ}^{кр} \frac{dQ}{T}$$

АЛИ НЕ И АПСОЛУТНИ ИЗНОС ЕНТРОПИЈЕ.