

# Termodinamika (2)

- Stepen korisnog dejstva idealne toplotne mašine:

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{dov}}} = 1 - \frac{Q_{\text{odv}}}{Q_{\text{dov}}}$$

- Ako je rad toplotne mašine zasnovan na Karnoovom ciklusu (dva izotermska i dva adijabatska procesa):

$$\eta = 1 - \frac{T_{\text{min}}}{T_{\text{max}}}$$

- **Z1.** Idealni dvoatomski gas koristi se kao radno telo u toplotnoj mašini čiji radni ciklus čine: 1) izohorsko zagrevanje od pritiska  $p_1 = 500$  kPa do  $p_2 = 2 \cdot p_1$  pri zapremini  $V_1 = 1$  l, 2) izobarsko širenje do zapremine  $V_3 = 3 \cdot V_2$ , 3) izohorsko hlađenje do pritiska  $p_4 = p_1$  i 4) izobarsko sabijanje do početnog stanja. Odrediti:
  - a) rad koji izvrši ova toplotna mašina u toku jednog ciklusa,
  - b) koeficijent korisnog dejstva ove toplotne mašine.

Rešenje:

a)

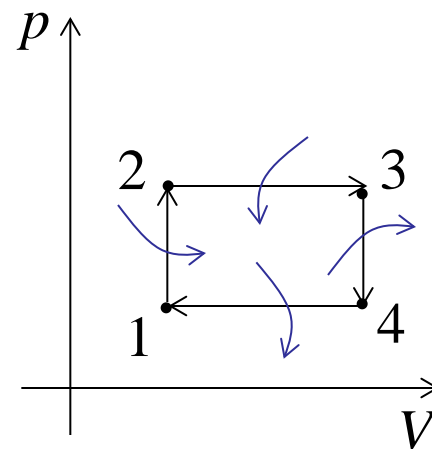
$$A = 2 \cdot p_1 \cdot (V_4 - V_1) + p_1 \cdot (V_1 - V_4) = p_1 \cdot 2 \cdot V_1 = 1000 \text{ J}$$

b)

$$Q_{\text{dov}} = n \cdot C_V \cdot (T_2 - T_1) + n \cdot C_p \cdot (T_3 - T_2)$$

$$Q_{\text{dov}} = \frac{7}{2} \cdot n \cdot R \cdot T_3 - n \cdot R \cdot T_2 - \frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot T_1$$

$$Q_{\text{dov}} = \frac{33}{2} \cdot p_1 \cdot V_1 \Rightarrow \eta = \frac{A}{Q_{\text{dov}}} = \frac{4}{33}$$



- **Z2.** Odrediti stepen korisnog dejstva idealne toplotne mašine čiji se rad zasniva na Dizelovom ciklusu koji se sastoji iz dve adijabate (proces 1-2 i 3-4), izobare (proces 2-3) i izohore (4-1) pri minimalnoj zapremini. Radno telo je idealan gas poznate adijabatske konstante  $\kappa$ . Poznato je  $V_1/V_2 = a$  i  $V_3/V_2 = b$ .

Rešenje:

$$Q_{\text{dov}} = Q_{41} = n \cdot C_V \cdot (T_1 - T_4) = n \cdot \frac{R}{\kappa - 1} \cdot (T_1 - T_4)$$

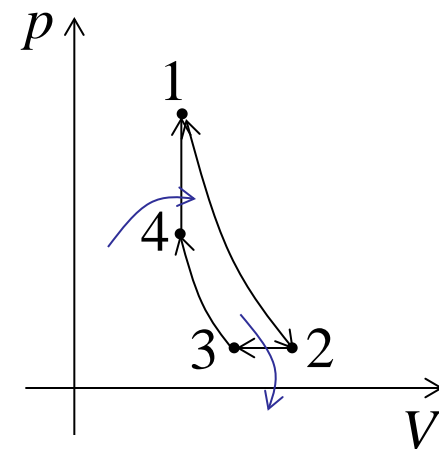
$$Q_{\text{odv}} = -Q_{23} = n \cdot C_p \cdot (T_2 - T_3) = n \cdot \frac{\kappa \cdot R}{\kappa - 1} \cdot (T_2 - T_3)$$

$$T_1 \cdot V_1^{\kappa-1} = T_2 \cdot V_2^{\kappa-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot a^{\kappa-1}$$

$$T_4 \cdot V_4^{\kappa-1} = T_3 \cdot V_3^{\kappa-1} \Rightarrow T_4 = T_3 \cdot (b/a)^{\kappa-1} = b^\kappa \cdot T_1$$

$$V_2/T_2 = V_3/T_3 \Rightarrow T_3 = b \cdot T_2 = b \cdot a^{\kappa-1} \cdot T_1$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_{\text{odv}}}{Q_{\text{dov}}} = 1 - \frac{\kappa \cdot a^{\kappa-1} \cdot (1-b)}{1-b^\kappa}$$



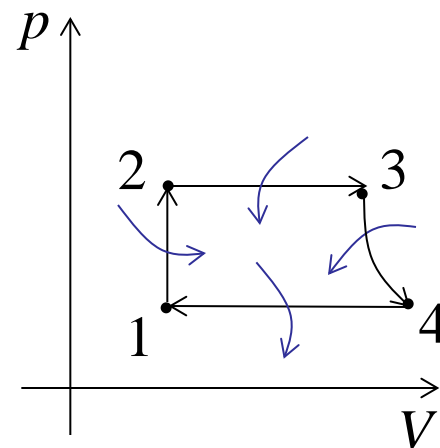
- **Z3.** Idealni dvoatomski gas koristi se kao radno telo u toplotnoj mašini, čiji se radni ciklus sastoji od: izohorskog zagrevanja od pritiska  $p_1 = 8 \text{ MPa}$  do  $p_2 = 2 \cdot p_1$  pri zapremini  $V_1 = 1 \text{ l}$ , izobarskog širenja do zapremine  $V_3 = 5 \cdot V_2$ , izotermnog širenja do pritiska  $p_4 = p_1$  i zapremine  $V_4 = 2 \cdot V_3$  i izobarskog sabijanja do početnog stanja. Odrediti:
  - a) rad koji izvrši ova toplotna mašina,
  - b) koeficijent korisnog dejstva ove toplotne mašine.

Rešenje:

$$\begin{aligned} \text{a) } A_{23} &= p_2 \cdot (V_3 - V_2) = 8 \cdot p_1 \cdot V_1 \\ A_{41} &= p_1 \cdot (V_1 - V_4) = -9 \cdot p_1 \cdot V_1 \\ A_{34} &= n \cdot R \cdot T_3 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} = 10 \cdot p_1 \cdot V_1 \cdot \ln 2 \end{aligned}$$

$$A = A_{23} + A_{34} + A_{41} = p_1 \cdot V_1 \cdot (10 \cdot \ln 2 - 1) = 47,45 \text{ kJ}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } Q_{\text{odv}} &= -Q_{14} = n \cdot C_p \cdot (T_4 - T_1) = \frac{7}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_4 - T_1) = \frac{63}{2} \cdot p_1 \cdot V_1 = 252 \text{ kJ} \\ Q_{\text{dov}} &= A + Q_{\text{odv}} = 299,45 \text{ kJ} \Rightarrow \eta = A / Q_{\text{dov}} = 15,84 \% \end{aligned}$$



- **Z4.** Kružni ciklus se sastoji iz izobare, adijabate i izoterme, pri čemu je odnos maksimalne i minimalne temperature u toku ciklusa  $T_{\max}/T_{\min} = \tau$ . Radno telo je idealni gas. Koliki je stepen korisnog dejstva idealne toplotne mašine čiji se rad zasniva na ovom kružnom ciklusu, ako se izotermski proces odvija na:
  - a) maksimalnoj temperaturi ciklusa,
  - b) minimalnoj temperaturi ciklusa?

Rešenje:

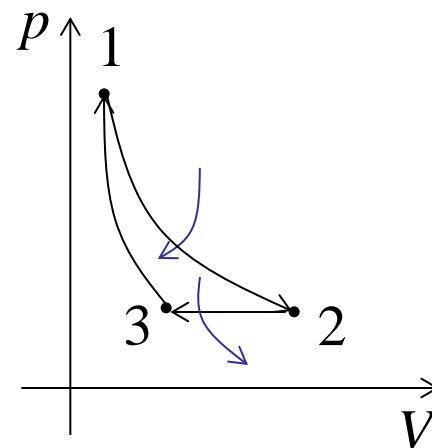
$$a) Q_{\text{odv}} = -Q_{23} = n \cdot C_p \cdot (T_2 - T_3) = n \cdot \frac{\kappa \cdot R}{\kappa - 1} \cdot T_{\min} \cdot (\tau - 1)$$

$$T_{\max} \cdot p_1^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = T_{\min} \cdot p_3^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

$$Q_{\text{dov}} = Q_{12} = n \cdot R \cdot T_{\max} \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = n \cdot R \cdot T_{\max} \cdot \frac{\kappa}{1-\kappa} \cdot \ln \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$$

$$Q_{\text{dov}} = n \cdot R \cdot T_{\min} \cdot \tau \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \ln \tau$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_{\text{odv}}}{Q_{\text{dov}}} = 1 - \frac{\tau - 1}{\tau \cdot \ln \tau}$$



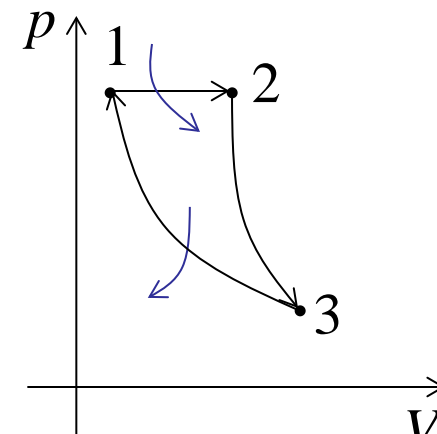
b)

$$T_{\max} \cdot p_2^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = T_{\min} \cdot p_3^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

$$Q_{\text{odv}} = -Q_{31} = n \cdot R \cdot T_{\min} \cdot \ln \frac{p_1}{p_3} = n \cdot R \cdot T_{\min} \cdot \frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot \ln \tau$$

$$Q_{\text{dov}} = Q_{12} = n \cdot C_p \cdot (T_2 - T_1) = n \cdot \frac{\kappa \cdot R}{\kappa-1} \cdot T_{\min} \cdot (\tau - 1)$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_{\text{odv}}}{Q_{\text{dov}}} = 1 - \frac{\ln \tau}{\tau - 1}$$



- **Z5.** Koliki je stepen korisnog dejstva idealne toplotne mašine čiji se rad zasniva na kružnom ciklusu prikazanom na slici? Odnos maksimalne i minimalne temperature tokom ciklusa je  $T_{\max}/T_{\min} = \tau$ , a adijabatska konstanta gasa koji se koristi pri radu ove toplotne mašine je  $\kappa$ .

Rešenje:

$$Q_{\text{dov}} = Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = \frac{1}{2} \cdot (p_1 + p_2) \cdot (V_3 - V_1) + n \cdot C_V \cdot (T_2 - T_1)$$

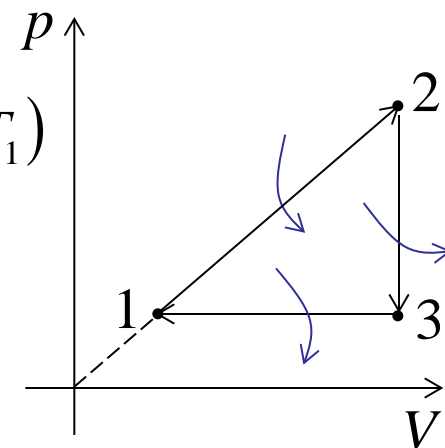
$$Q_{\text{odv}} = -Q_{23} - Q_{31} = n \cdot C_V \cdot (T_2 - T_3) + n \cdot C_p \cdot (T_3 - T_1)$$

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_1}{T_1}, \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3}, \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow T_3 = \sqrt{T_1 \cdot T_2} = \sqrt{T_{\min} \cdot T_{\max}}$$

$$Q_{\text{odv}} = n \cdot \frac{R}{\kappa - 1} \cdot T_{\min} (\tau - \sqrt{\tau}) + n \cdot \frac{\kappa \cdot R}{\kappa - 1} \cdot T_{\min} \cdot (\sqrt{\tau} - 1)$$

$$p_2 \cdot V_1 = p_1 \cdot V_2 \Rightarrow A = \frac{1}{2} \cdot (n \cdot R \cdot T_3 - n \cdot R \cdot T_1 + n \cdot R \cdot T_2 - n \cdot R \cdot T_3)$$

$$Q_{\text{dov}} = n \cdot \frac{R}{\kappa - 1} \cdot T_{\min} \cdot (\tau - 1) + \frac{1}{2} \cdot n \cdot R \cdot T_{\min} \cdot (\tau - 1) \quad \eta = 1 - 2 \cdot \frac{\tau - \sqrt{\tau} + \kappa \cdot (\sqrt{\tau} - 1)}{(\tau - 1) \cdot (\kappa + 1)}$$





- **D1.** Odrediti stepen korisnog dejstva idealne toplotne mašine čiji se rad zasniva na kružnom ciklusu koji se sastoji iz dve izobare i dve adijabate. Odnos maksimalnog i minimalnog pritiska u ciklusu je  $a$ . Radno telo je idealan gas poznate adijabatske konstante  $\kappa$ .

Rešenje:

$$\eta = 1 - a^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

- **D2.** Jedan mol idealnog gasa vrši zatvoren ciklus koji se može predstaviti dvema izohorama (1-2, 3-4) i dvema izobarama (2-3, 4-1). Poznate su temperature gasa u tačkama 1 i 3 koje iznose  $T_1$  i  $T_3$ . Odrediti rad koji gas izvrši u toku ovog ciklusa ako tačke 2 i 4 leže na jednoj izotermi. Univerzalna gasna konstanta iznosi  $R$ .

Rešenje:

$$A = R \cdot T_1 \cdot \left( \sqrt{\frac{T_3}{T_1}} - 1 \right)^2$$

- **D3.** Kružni ciklus se sastoji od dve izobare i dve izoterme. Odnos maksimalnog i minimalnog pritiska u toku ciklusa je  $p_{\max}/p_{\min} = a$ , dok je odnos apsolutnih temperatura  $T_{\max}/T_{\min} = \tau$ . Radno telo je idealan gas, a adijabatska konstanta je  $\kappa$ . Koliki je stepen korisnog dejstva idealne toplotne mašine čiji se rad zasniva na ovom kružnom ciklusu?

Rešenje:

$$\eta = \frac{(\tau - 1) \cdot \ln a}{\tau \cdot \ln a + \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot (\tau - 1)}$$

- **D4.** Kružni (Otov) ciklus se sastoji od dve izobare i dve adijabate, pri čemu je odnos između najveće i najmanje zapremine gasa tokom ciklusa  $V_{\max}/V_{\min} = a$ . Koliki je stepen korisnog dejstva idealne toplotne mašine čiji se rad zasniva na ovom kružnom ciklusu, ako je radno telo idealan gas, a adijabatska konstanta je  $\kappa$ ?

Rešenje:

$$\eta = 1 - a^{1-\kappa}$$

- **D5.** Kružni (Dizelov) ciklus se sastoji od dve adijabate, izobare i izohore (pri maksimalnoj zapremini). U početku adijabatskog sabijanja temperatura gasa je  $T_1$ . Stepen adijabatskog sabijanja je  $V_1/V_2 = a$ , a stepen izobarskog širenja  $V_3/V_2 = b$ . Radno telo je idealni gas. Koliki je stepen korisnog dejstva idealne toplotne mašine čiji se rad zasniva na ovom kružnom ciklusu, ako je adijabatska konstanta  $\kappa$ ?

Rešenje:

$$\eta = 1 - \frac{b^\kappa - 1}{\kappa \cdot a^{\kappa-1} \cdot (b-1)}$$