

# Statika fluida

- Arhimedov zakon - sila potiska jednaka je težini telom istisnute tečnosti (kada su tela u celosti ili delimično potopljena u tečnost):

$$F_p = \rho_t \cdot V \cdot g$$

- Tečnost teži da smanji svoju slobodnu površinu. Koeficijent površinskog napona je rad spoljnih sila na povećanju slobodne površine za 1 m<sup>2</sup>, odnosno rad sila površinskog napona na njenom smanjenju za 1 m<sup>2</sup>:

$$\gamma = \frac{A}{S} \quad \gamma \left[ \frac{\text{J}}{\text{m}^2} \right]$$

- Stoksov zakon definiše silu unutrašnjeg trenja tečnosti pri kretanju sfernih tela kroz tečnost kada su tela malih dimenzija i kreću se malim brzinama:

$$F = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \quad \eta [\text{Pa} \cdot \text{s}]$$

- **Z1.** Telo pliva na vodi pri čemu je 20% njegove zapremine iznad površine vode. Ako je gustina vode  $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$  odrediti gustinu tela.

Rešenje:

$$V_0 = 0,8 \cdot V$$

$$Q = F_p \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = \rho_0 \cdot V_0 \cdot g$$

$$\rho = \frac{\rho_0 \cdot V_0}{V} = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

- **Z2.** Drveno telo gustine  $\rho_t = 0,7 \text{ g/cm}^3$  pliva na vodi gustine  $\rho_0 = 1 \text{ kg/dm}^3$ . Na vodu se nalije toliko ulja gustine  $\rho_u = 600 \text{ kg/m}^3$  da se izjednači nivo ulja sa nivoom gornje površine tela. Odrediti odnos zapremine delova tela koji su potopljeni u vodu i u ulje.

Rešenje:

$$Q = F_{pv} + F_{pu} \Rightarrow \rho_t \cdot V \cdot g = \rho_0 \cdot V_0 \cdot g + \rho_u \cdot V_u \cdot g$$

$$\rho_t \cdot \left( \frac{V_0}{V_u} + 1 \right) = \rho_0 \cdot \frac{V_0}{V_u} + \rho_u$$

$$\frac{V_0}{V_u} = \frac{\rho_t - \rho_u}{\rho_0 - \rho_t} = \frac{1}{3}$$

- **Z3.** Šuplja lopta poluprečnika  $r = 20$  cm načinjena je od čelika gustine  $\rho_1 = 7800$  kg/m<sup>3</sup> i pliva na površini vode gustine  $\rho_0 = 1000$  kg/m<sup>3</sup>, tako da je do polovine potopljena. Odrediti debljinu čelika.

Rešenje:

$$Q = F_p \Rightarrow \rho_1 \cdot V \cdot g = \rho_0 \cdot V_0 \cdot g$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - \frac{4}{3} \cdot (r-d)^3 \cdot \pi$$

$$V_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

$$\frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot r^3 = \rho_1 \cdot (r^3 - (r-d)^3) \Rightarrow (r-d)^3 = \frac{2 \cdot \rho_1 - \rho_0}{2 \cdot \rho_1} \cdot r^3$$

$$d = r \cdot \left( 1 - \sqrt[3]{\frac{2 \cdot \rho_1 - \rho_0}{2 \cdot \rho_1}} \right) = 0,44 \text{ cm}$$

- **Z4.** Kuglica gustine  $\rho_1 = 0,9 \text{ g/cm}^3$  se pusti da slobodno pada sa visine  $h = 2 \text{ m}$  iznad nivoa vode. Gustina vode je  $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$ , a ubrzanje slobodnog padanja je  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Odrediti:
  - a) dubinu do koje će padati kuglica, ako se zanemari trenje,
  - b) vreme kretanja kuglice kroz vodu.

Rešenje:

a)

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$m \cdot a = \rho_2 \cdot V \cdot g - m \cdot g$$

$$a = g \cdot \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right)$$

$$d = \frac{v_0^2}{2 \cdot a} = \frac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \cdot h = 18 \text{ m}$$

b)

$$t_1 = \frac{v_0}{a}$$

$$\tau = 2 \cdot t_1 = 11,5 \text{ s}$$

- **Z5.** Kocka stranice  $a = 20$  cm, načinjena od drveta gustine  $\rho = 800$  kg/m<sup>3</sup>, potopljena je u vodu gustine  $\rho_0 = 1000$  kg/m<sup>3</sup>. Odrediti:
  - a) deo zapremine kocke koji se nalazi u vodi,
  - b) minimalni intenzitet sile kojom treba delovati na kocku vertikalno naniže kako bi bila potopljena 90%,
  - c) minimalni rad sile koji je potrebno uložiti da bi se kocka u celosti potopila ( $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>).

Rešenje:

$$\text{a) } \rho \cdot V \cdot g = \rho_0 \cdot V_0 \cdot g \Rightarrow V_0 = \frac{\rho}{\rho_0} \cdot V = 0,8 \cdot V$$

$$\text{b) } \rho \cdot V \cdot g + F_{\min} = \rho_0 \cdot 0,9 \cdot V \cdot g \Rightarrow F_{\min} = (0,9 \cdot \rho_0 - \rho) \cdot a^3 \cdot g = 7,85 \text{ N}$$

$$F_{\min}(x) = ((0,8 \cdot a + x) \cdot \rho_0 - a \cdot \rho) \cdot a^2 \cdot g = x \cdot \rho_0 \cdot a^2 \cdot g, \quad 0 \leq x \leq 0,2 \cdot a$$

$$\text{c) } A = \int_0^{0,2 \cdot a} F_{\min}(x) \cdot dx = \rho_0 \cdot a^2 \cdot g \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0,2 \cdot a} = 0,02 \cdot \rho_0 \cdot g \cdot a^4 = 0,31 \text{ J}$$

• **Z6.** Odrediti:

a) energiju koja se oslobađa pri spajanju  $n = 50$  jednakih kapljica vode u jednu kap zapremine  $V = 0,03 \text{ cm}^3$ ,

b) rad koji je potrebno uložiti da se kap date zapremine podeli na dva jednaka dela sfernog oblika.

Koeficijent površinskog napona je  $\gamma = 7,3 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$ .

Rešenje:

$$\text{a) } E = \gamma \cdot \Delta S = \gamma \cdot (n \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 - 4 \cdot \pi \cdot R^2), V = \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi = n \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

$$E = 4 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot \left[ n \cdot \left( \frac{3 \cdot V}{4 \cdot n \cdot \pi} \right)^{\frac{2}{3}} - \left( \frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi} \right)^{\frac{2}{3}} \right] = 9,15 \mu\text{J}$$

$$\text{b) } A = \gamma \cdot \Delta S' = 4 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot (2 \cdot r_1^2 - R^2), V = \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi = n \cdot \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi$$

$$A = 4 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot \left( \frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot (\sqrt[3]{2} - 1) = 0,88 \mu\text{J}$$



- **Z7.** Odrediti maksimalnu brzinu koju može da dostigne kapljica kiše prečnika  $d = 0,3 \text{ mm}$ , ako je dinamička viskoznost vazduha  $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ . Gustina vode je  $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ , a ubrzanje slobodnog padanja  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Rešenje:

$$F_s = 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v = m \cdot g = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot g$$

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{\rho \cdot r^2}{\eta} \cdot g = \frac{\rho \cdot d^2 \cdot g}{18 \cdot \eta} = 2,77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- **D1.** Kocka gustine  $\rho_k = 3000 \text{ kg/m}^3$  obešena je o tanak neistegljiv kanap i visi u vazduhu. Odrediti koliko puta će se smanjiti sila zatezanja kanapa, ako se kocka potopi u vodu gustine  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ . Ubrzanje slobodnog padanja iznosi  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

Rešenje:

$$\frac{F_{z2}}{F_{z1}} = \frac{2}{3}$$

- **D2.** Homogenim štapom dužine  $l = 5$  m i mase  $m = 4$  kg meri se dubina jezera koja iznosi  $H = 4$  m. Gustina vode je  $\rho_v = 1000$  kg/m<sup>3</sup>, a gustina štapa  $\rho_s = 700$  kg/m<sup>3</sup>. Ubrzanje slobodnog padanja je  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>. Odrediti minimalni intenzitet sile kojom se mora delovati na štap da bi on dodirivao dno jezera,

Rešenje:

$$F_{\min} = 5,6 \text{ N}$$

- **D3.** Loptica ispliva na površinu vode konstantnom brzinom. Odrediti koliko puta je sila unutrašnjeg trenja vode veća od težine loptice, ako je gustina vode četiri puta veća od gustine materijala od koga je načinjena kuglica.

Rešenje:

$$\frac{F_{\text{tr}}}{Q} = 3$$

- **D4.** U vodu gustine  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  spuštена je kocka ivice  $a = 10 \text{ cm}$  i gustine  $\rho_k = 600 \text{ g/dm}^3$ . Koliki deo kocke će se nalaziti iznad nivoa vode ako se na kocku (nepotopljeni deo) stavi teg mase  $m = 200 \text{ g}$ . Ubrzanje slobodnog padanja je  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Rešenje:

$$\frac{V_{\text{np}}}{V} = 0,2$$

- **D5.** Čovek izvlači na brod jedno telo iz vode delujući stalnom silom intenziteta  $F = 100$  N. Odrediti kolika će biti brzina tela na visini  $h = 2,5$  m iznad vode, ako je dubina na kojoj se telo nalazilo u vodi iznosila  $d = 2$  m. Trenje između tela i vode se može zanemariti. Masa tela je  $m = 10$  kg, gustina materijala od koga je ono napravljeno  $\rho = 7000$  kg/m<sup>3</sup>, gustina vode  $\rho_0 = 1000$  kg/m<sup>3</sup>, a ubrzanje slobodnog padanja  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>.

Rešenje:

$$v = 2,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- **D6.** Od sapunice čiji je površinski napon  $\gamma = 40 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$ , formira se mehur poluprečnika  $R = 2,5 \text{ cm}$ . Izračunati koliko rad treba izvršiti da bi se formirao mehur.

Rešenje:

$$A = 0,6 \text{ mJ}$$

- **D7.** Metalna kuglica poluprečnika  $r = 2$  cm pada kroz ulje konstantnom brzinom  $v = 14,5$  cm/s. Gustina metala iznosi  $\rho_1 = 2,7$  g/cm<sup>3</sup>, a ulja  $\rho_2 = 0,9$  g/cm<sup>3</sup>. Odrediti viskoznost ulja. Ubrzanje slobodnog padanja je  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>.

Rešenje:

$$\eta = 10,8 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$