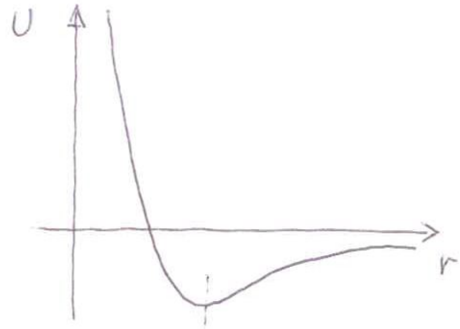
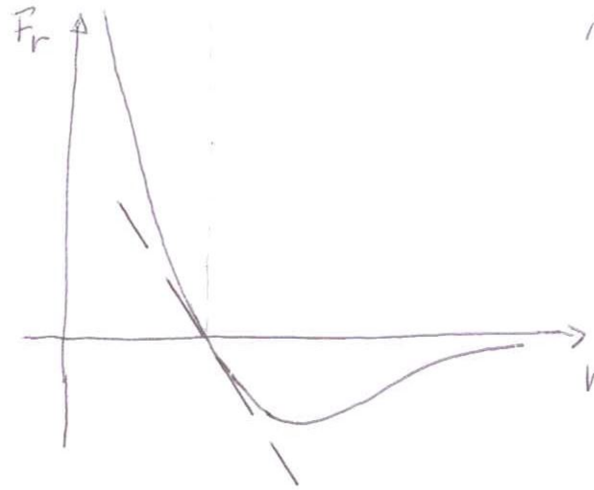
ЕЛАСТИЧНОСТ

ДА БИ БИЛИ У СТАЊУ ДА ОБЈАСНИМО ОВУ ПОЈАВУ МОРАМО ПОСЕГНУТИ ЗА ПРОУЧАВАЊЕМ СИЛЕ КОЈА ДЕЛУЈЕ ИЗМЕЂУ МОЛЕКУЛА НЕКОГ ТЕЛА. ТА СИЛА ЈЕ ЕЛЕКТРОМАГНЕТСКОГ КАРАКТЕРА И <u>КРАТКОГ ДОМЕТА</u>. ПОТЕНЦИЈАЛНА ЕНЕРГИЈА ДВА МОЛЕКУЛА МОЖЕ СЕ ОПИСАТИ ЛЕНАРД-ЏОНСОВОМ ФОРМУЛОМ:



$$U(r) = \frac{a}{r^{12}} - \frac{b}{r^{6}} \qquad a, b > 0$$

КАКО ЈЕ ОВО ЕНЕРГИЈА ПАРА МОЛЕКУЛА (НЕУТРАЛНИХ ЧЕСТИЦА), ЈАСНО ЈЕ ДА УЛОГУ ИГРА САМО ИНТЕРАКЦИЈА СУСЕДНИХ МОЛЕКУЛА (ЧИМ СЕ РАСТОЈАЊЕ ПОВЕЋА ДВА ПУТА СИЛА ОПАДНЕ ВИШЕ ОД СТО ПУТА):

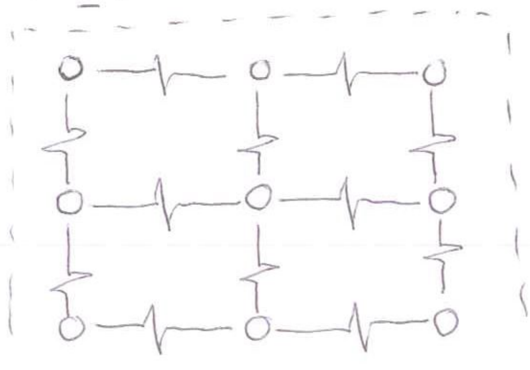


$$F_r(r) = \frac{12a}{r^{13}} - \frac{6b}{r^{7}}$$

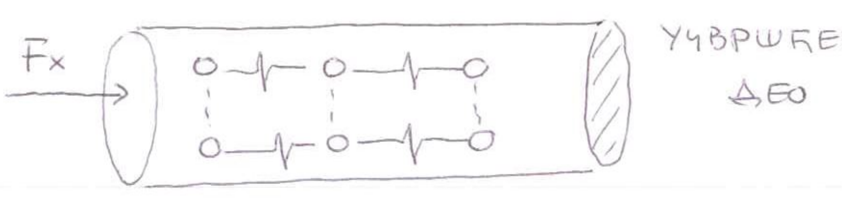
ПОШТО РАВНОТЕЖНИ ПОЛОЖАЈ ОДГОВАРА МИНИМУМУ ПОТЕНЦИЈАЛНЕ ЕНЕРГИЈЕ ПОСМАТРАЋЕМО СИЛУ САМО У ЊЕГОВОЈ ОКОЛИНИ, ГДЕ СЕ ОНА МОЖЕ СМАТРАТИ ЛИНЕАРНО ЗАВИСНОМ ОД РАСТОЈАЊА <u>r</u>:

— — — $F_r = -\lambda(r - r_0) \qquad \lambda > 0$

И ТО ЈЕ ТА ЕЛАСТИЧНА СИЛА КОЈУ ЋЕМО КАСНИЈЕ КОРИСТИТИ, А СРАЗМЕРНА ЈЕ УДАЉЕЊУ ОД РАВНОТЕЖНОГ ПОЛОЖАЈА. ЗНАК (−) УКАЗУЈЕ НА ЊЕН РЕСТИТУЦИОНИ КАРАКТЕР. СВЕ ИЗЛОЖЕНО УКАЗУЈЕ ДА СЕ У ЕЛАСТИЧНОМ СМИСЛУ СИСТЕМ МОЛЕКУЛА МОЖЕ МОДЕЛОВАТИ СИСТЕМОМ КУГЛИЦА ПОВЕЗАНИХ ОПРУГАМА КОНСТАНТНЕ КРУТОСТИ <u>k</u>:



1) <u>ИСТЕЗАЊЕ, САБИЈАЊЕ</u>



ДО ЊЕГА ДОЛАЗИ ПОД ДЕЈСТВОМ СИЛЕ

НОРМАЛНЕ НА ПОВРШИНУ НА КОЈУ ДЕЛУЈЕ. ПРИ ТОМЕ СЕ ДЕФОРМИШЕ МЕЂУМОЛЕКУЛСКО РАСТОЈАЊЕ ДУЖ ДЕЈСТВА СИЛЕ, И ТО СВАКО ЗА ИСТИ РЕЛАТИВНИ ИЗНОС; МЕЂУМОЛЕКУЛСКА РАСТОЈАЊА НОРМАЛНА НА ПРАВАЦ СИЛЕ СЕ НЕ ДЕФОРМИШУ. ШТО ЈЕ ВЕЋА ПОВРШИНА НА КОЈУ ДЕЛУЈЕ СИЛА ЗАХВАЋЕН ЈЕ ВЕЋИ БРОЈ ПАРАЛЕЛНИХ МОЛЕКУЛСКИХ ЛАНАЦА КОЈИ СЕ ДЕФОРМИШУ, ПА ЗА ИСТИ СТЕПЕН ЊИХОВЕ РЕЛАТИВНЕ ДЕФОРМАЦИЈЕ И СИЛА МОРА БИТИ ВЕЋА. СВЕ НАПРЕД ОПИСАНО МОЖЕ СЕ ИСКАЗАТИ <u>ХУКОВИМ ЗАКОНОМ</u>:

$$\frac{\Delta l}{l} = -\frac{1}{E_Y}\cdot\frac{F_x}{S} = -\frac{1}{E_Y}\cdot\sigma$$

$\Delta l < 0$ САБИЈАЊЕ

$\Delta l > 0$ ИСТЕЗАЊЕ

ГДЕ ЈЕ:

$\Delta l / l$ – РЕЛАТИВНА ПРОМЕНА ДУЖИНЕ

E_Y – ЈАНГОВ МОДУЛ ЕЛАСТИЧНОСТИ МАТЕРИЈАЛА

$F_x / S = \sigma$ – НОРМАЛНА СИЛА ПО ЈЕДИНИЦИ ПОВРШИНЕ
$\Rightarrow$ НОРМАЛНИ НАПОН

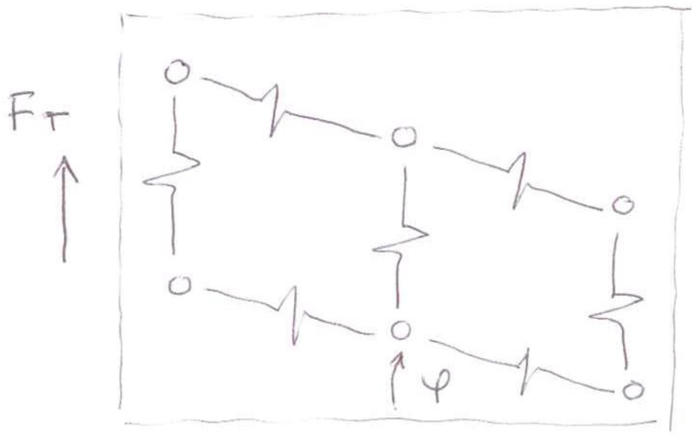
АКО ЈЕ У ПИТАЊУ НЕПРЕКИДНА СРЕДИНА ВАЖИЋЕ:

$$\sigma = -E_Y\cdot\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

ГДЕ ЈЕ $\psi(x,t)$ ДИСЛОКАЦИЈА ДЕЛИЋА СРЕДИНЕ НА МЕСТУ ОПИСАНОМ КООРДИНАТОМ <u>x</u>:

2) <u>СМИЦАЊЕ</u>

АКО ПАК НА НАШУ ПОВРШИНУ ДЕЛУЈЕ ТАНГЕНЦИЈАЛНА СИЛА F_T ДОЋИ ЋЕ ДО СМИЦАЊА НАШЕГ УЗОРКА ЗА <u>УГАО φ</u>. ХУКОВ ЗАКОН (ЗА СМИЦАЊЕ) ТАДА ГЛАСИ:



$$\varphi = \frac{1}{E_S}\cdot\frac{F_T}{S} = \frac{1}{E_S}\cdot\tau$$

$\tau = \frac{F_T}{S}$ – ТАНГЕНЦИЈАЛНИ НАПОН

E_S – МОДУЛ СМИЦАЊА

ПОКУШАЈМО САДА ДА ОДРЕДИМО ГУСТИНУ ЕНЕРГИЈЕ ЕЛАСТИЧНЕ ДЕФОРМАЦИЈЕ. РАДИ ЈЕДНОСТАВНОСТИ ПОСМАТРАЋЕМО УЗОРАК ОБЛИКА ВАЉКА ПОВРШИНЕ ОСНОВЕ <u>S</u> И ДУЖИНЕ <u>l</u>. АКО НА ЊЕГОВ

БАЗИС ДЕЛУЈЕ НОРМАЛНА СИЛА F ОН ЋЕ СЕ ПО ХУКОВОМ ЗАКОНУ САБИТИ (ИЛИ ИЗДУЖИТИ) ЗА Δl:

$$\frac{|\Delta l|}{l} = \frac{1}{E_Y} \cdot \frac{F}{S} \Rightarrow F = -E_Y \cdot \frac{S}{l} \cdot \Delta l$$

ПА ЋЕ ПО АНАЛОГИЈИ СА ОПРУГОМ КРУТОСТИ $\underline{k}$ БИТИ: $k = E_Y \cdot \frac{S}{l}$ И ПОТЕНЦИЈАЛНА ЕНЕРГИЈА ДЕФОРМАЦИЈЕ БИЋЕ:

$$E_p = \frac{1}{2} k (\Delta l)^2 = \frac{1}{2} E_Y \cdot \frac{S}{l} \cdot |\Delta l|^2 = \frac{1}{2} E_Y \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 \cdot S \cdot l$$

И ЊЕНА ЗАПРЕМИНСКА ГУСТИНА ПОСТАЈЕ:

$$\frac{E_p}{V} = \frac{E_p}{Sl} = \frac{1}{2} E_Y \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 = \frac{1}{2} E_Y \cdot \frac{\sigma^2}{E_Y^2} \Rightarrow \boxed{\frac{E_p}{V} = \frac{\sigma^2}{2E_Y}}$$

БЕЗ ОБЗИРА ШТО ЈЕ ДОБИЈЕН НА ЈЕДНОСТАВАН НАЧИН И ОЗБИЉНИЈИ ПРОРАЧУНИ (ЗА СЛОЖЕНИЈЕ ТИПОВЕ ДЕФОРМАЦИЈЕ) ПОТВРЂУЈУ ОВАЈ РЕЗУЛТАТ ПА СЕ МОЖЕ РЕЋИ: АКО У НЕКОЈ ТАЧКИ НАШЕГ ТЕЛА ПОСТОЈИ НОРМАЛНИ НАПОН σ, ТАДА ЈЕ ГУСТИНА ЕНЕРГИЈЕ ЕЛАСТИЧНЕ ДЕФОРМАЦИЈЕ У ТОЈ ТАЧКИ:

$$\boxed{\frac{dE_p}{dV} = \frac{\sigma^2}{2E_Y}}$$

А ЕНЕРГИЈА ЕЛАСТИЧНЕ ДЕФОРМАЦИЈЕ САДРЖАНА У ИНФИНИТЕЗИМАЛНОЈ ЗАПРЕМИНИ dV У ОКОЛИНИ ТЕ ТАЧКЕ ЈЕ:

$$\boxed{dE_p = \frac{\sigma^2}{2E_Y} \cdot dV}$$

СЛИЧНО СЕ МОЖЕ ТВРДИТИ И ЗА СМИЦАЊЕ:

$$\boxed{dE_p / dV = \tau^2 / 2E_s}$$

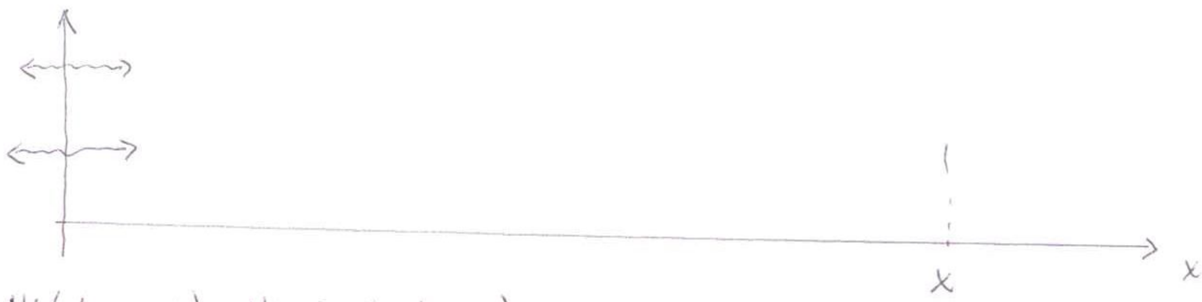
ПРИ НАШЕМ ПОЈЕДНОСТАВЉЕНОМ ИЗВОЂЕЊУ СМАТРАЛО СЕ ДА ЈЕ ЕНЕРГИЈА ДЕФОРМАЦИЈЕ ХОМОГЕНО РАСПОРЕЂЕНА ПО ЗАПРЕМИНИ УЗОРКА, АЛИ ЈЕ РЕЗУЛТАТ ВАЛИДАН И КАД ТО НИЈЕ СЛУЧАЈ.

МЕХАНИЧКИ ТАЛАСИ

Физичко тумачење настанка таласа

ЗА ПОЧЕТАК МОГЛО БИ СЕ РЕЋИ ДА ЈЕ ТО ОСЦИЛАЦИЈА КОЈА ПУТУЈЕ КРОЗ <u>ЕЛАСТИЧНУ СРЕДИНУ</u>. НАИМЕ, АКО У НЕКОМ ДЕЛУ ПРОСТОРА ПОСТОЈИ ТЕЛО КОЈЕ ОСЦИЛУЈЕ, ТЕ ОСЦИЛАЦИЈЕ ИЗАЗИВАЈУ ДЕФОРМА-

ЦИЈУ ДЕЛИЋА ЕЛАСТИЧНЕ СРЕДИНЕ У НЕПОСРЕДНОЈ БЛИЗИНИ ТОГ ТЕЛА (ИЗВОРА), А ЗБОГ ЕЛАСТИЧНИХ ОСОБИНА САМЕ СРЕДИНЕ ТАЈ СЕ ПОРЕМЕЋАЈ ПРОСТИРЕ, ТЈ. ПРЕНОСИ КРОЗ ПРОСТОР. ЗАМИСЛИМО ДА НА ЈЕДНОМ МЕСТУ ИМАМО ИЗВОР КОЈИ ОСЦИЛУЈЕ У ПРАВЦУ $\underline{x}$-ОСЕ (БЕСКОНАЧНО ВЕЛИКА YOZ РАВАН):



$$\psi(t, x=0) = \psi_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\psi(t,x) = \psi_0 \sin\left[\omega(t - t_k) + \varphi\right]$$

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ЈЕ УТВРЂЕНО ДА СЕ НА РАСТОЈАЊУ x ($x>0$ ЗАСАД) ОД ИЗВОРА ОДИГРАВА ИСТА ТАКВА ОСЦИЛАЦИЈА ДЕЛИЋА ЕЛАСТИЧНЕ СРЕДИНЕ, АЛИ СА <u>КАШЊЕЊЕМ</u>:

$$\psi(t,x) = \psi_0 \sin\left[\omega(t - t_k) + \varphi\right] \qquad t_k \text{ ВРЕМЕ КАШЊЕЊА}$$

$\psi(x,t)$ УДАЉЕНОСТ ДЕЛИЋА СРЕДИНЕ НА УДАЉЕНОСТИ $\underline{x}$ ОД ИЗВОРА ОД СВОГ РАВНОТЕЖНОГ ПОЛОЖАЈА. АКО ЈЕ СРЕДИНА ХОМОГЕНА ОЧЕКУЈЕ СЕ ДА ТО КАШЊЕЊЕ БУДЕ СРАЗМЕРНО РАСТОЈАЊУ $\underline{x}$:

$$t_k \sim x \Rightarrow t_k = \frac{x}{c}$$

ГДЕ ЈЕ c БРЗИНА ПРОСТИРАЊА ПОРЕМЕЋАЈА, ТЈ. <u>ФАЗНА БРЗИНА</u>. САДА ЋЕ БИТИ:

$$\Phi(t,x) = \omega(t - t_k) + \varphi = \omega t - \omega\frac{x}{c} + \varphi = \omega t - \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{x}{c} + \varphi =$$

$$\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x + \varphi = \omega t - kx + \varphi \, ;$$

$\boxed{c \cdot T = \lambda}$ → ТАЛАСНА ДУЖИНА; РАСТОЈАЊЕ КОЈЕ ПРЕЂЕ ПОРЕМЕЋАЈ ЗА ВРЕМЕ ЈЕДНОГ ПЕРИОДА ОСЦИЛАЦИЈЕ ИЗВОРА

$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$ → ТАЛАСНИ БРОЈ; ТАКО СМО ДОБИЛИ ИЗРАЗ:

$$\boxed{\psi(x,t) = \psi_0 \sin(\omega t - kx + \varphi)}$$

КОЈИ ОПИСУЈЕ КРЕТАЊЕ РАВАНСКОГ ТАЛАСА (ТАЛАСА ДУЖ x-ОСЕ) КРОЗ НЕДИСИПАТИВНУ (БЕЗ ГУБИТКА ЕНЕРГИЈЕ) ЕЛАСТИЧНУ СРЕ-

ДИНУ БЕЗ ДИСПЕРЗИЈЕ. ПРИ ТОМЕ:

- ФРЕКВЕНЦА f (И ω) ЗАВИСЕ САМО ОД ИЗВОРА ТАЛАСА, А НЕ И ОД ВРСТЕ СРЕДИНЕ КРОЗ КОЈУ СЕ ПРОСТИРЕ,
- c (САМИМ ТИМ И λ) ЗАВИСЕ ОД ВРСТЕ СРЕДИНЕ И ОД ТИПА ТАЛАСА КОЈИ СЕ ПРОСТИРЕ.

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial t} = \psi_0 \omega \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$a_x = \frac{\partial v_x}{\partial t} = -\psi_0 \omega^2 \sin(\omega t - kx + \varphi)$$

ГДЕ СУ v_x, a_x БРЗИНА И УБРЗАЊЕ ДЕЛИЋА СРЕДИНЕ РЕСПЕКТИВНО.

ТИПОВИ ТАЛАСА

1) 

ЛОНГИТУДИНАЛНИ: ДЕЛИЋИ СРЕДИНЕ ОСЦИЛУЈУ ДУЖ ПРАВЦА ПРОСТИРАЊА ТАЛАСА.

2) 

ТРАНСВЕРЗАЛНИ: ДЕЛИЋИ СРЕДИНЕ ОСЦИЛУЈУ У РАВНИ НОРМАЛНОЈ НА ПРАВАЦ ПРОСТИРАЊА ТАЛАСА.

МАТЕМАТИЧКО ЗАСНИВАЊЕ ТЕОРИЈЕ ТАЛАСА

ПОКУШАЈМО ДА ФОРМИРАМО ЈЕДНАЧИНУ КОЈУ НАШ ХАРМОНИЈСКИ РАВАНСКИ ТАЛАС ЗАДОВОЉАВА. ОНА МОРА БИТИ ПАРЦИЈАЛНА ДИФЕРЕНЦИЈАЛНА ЈЕДНАЧИНА (НЕЗАВИСНО ПРОМЕНЉИВЕ t, x) И МОРА БИТИ ДРУГОГ РЕДА (ТЈ. САДРЖАТИ ДРУГЕ ИЗВОДЕ ДА БИ СЕ ИСТОВРЕМЕНО ОБЕЗБЕДИЛА РЕШЕЊА КОЈА СЕ ПРОСТИРУ У ОБА СМЕРА X-ОСЕ):

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\psi_0 \omega^2 \cdot \sin(\omega t - kx + \varphi) \; ; \; \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\psi_0 k^2 \sin(\omega t - kx + \varphi) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\omega^2}{k^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}}$$

ПОСЛЕДЊА ЈЕДНАЧИНА НАЗИВА СЕ ЈЕДНОДИМЕНЗИОНОМ ТАЛАСНОМ ЈЕДНАЧИНОМ. АКО КОРИШЋЕЊЕМ НЕКОГ ФИЗИЧКОГ ЗАКОНА (НПР. II ЊУТНОВОГ ЗАКОНА) УСПЕМО ДА ФОРМИРАМО ТУ ЈЕДНАЧИНУ ЊЕНО ОПШТЕ РЕШЕЊЕ ЋЕ БИТИ:

$$\Psi(x,t) = f(t - x/c) = f(u), \quad u = t - x/c$$

или $\Psi(x,t) = g(t + x/c) = g(v), \quad v = t + x/c$

ГДЕ СУ $f(u)$ И $g(v)$ ПРОИЗВОЉНЕ ДВА ПУТА ДИФЕРЕНЦИЈАБИЛНЕ ФУНКЦИЈЕ ПО ОДГОВАРАЈУЋИМ ПРОМЕНЉИВИМА u, v. САДА ЈЕ:

- $f(t - x/c)$ ПОРЕМЕЋАЈ (ТАЛАС) КОЈИ СЕ ПРОСТИРЕ У СМЕРУ X-ОСЕ $\xrightarrow{\quad} x$
- $g(t + x/c)$ ПОРЕМЕЋАЈ (ТАЛАС) КОЈИ СЕ ПРОСТИРЕ У СУПРОТНОМ СМЕРУ $\xrightarrow{\quad} x$

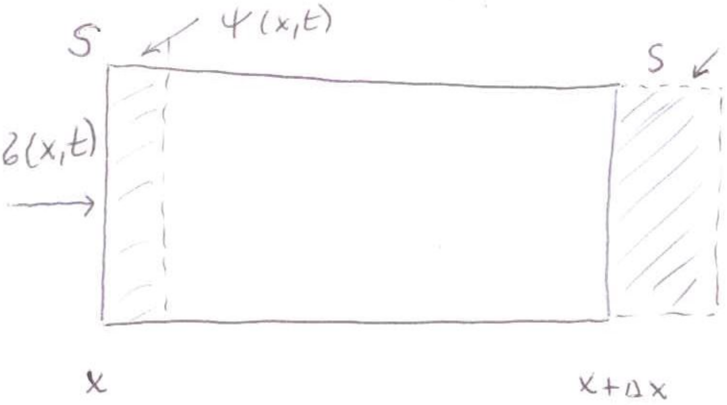
ОВА РЕШЕЊА ПРИКАЗУЈУ ТАЛАСЕ БИЛО КОГ ОБЛИКА, А НЕ САМО ХАРМОНИЈСКЕ. ТА РЕШЕЊА БИЋЕ ХАРМОНИЈСКА АКО ЈЕ И ОСЦИЛОВАЊЕ ИЗВОРА ХАРМОНИЈСКО. ДАКЛЕ ОСЦИЛОВАЊЕ ИЗВОРА ДЕФИНИШЕ ТИП ТАЛАСА. КАД СЕ ФОРМИРА ТАЛАСНА ЈЕДНАЧИНА ВИДИ СЕ ДА ОДМАХ МОЖЕМО УТВРДИТИ КОЛИКА ЈЕ ФАЗНА БРЗИНА $\underline{c}$ ТИХ ТАЛАСА. РАДИ ПРЕГЛЕДНОСТИ ИЗРАЗ ЗА $\underline{c}$ У ЗАВИСНОСТИ ОД ТИПА ТАЛАСА И ВРСТЕ ЕЛАСТИЧНЕ СРЕДИНЕ ДАТ ЈЕ У СЛЕДЕЋОЈ ТАБЕЛИ:

$c \rightarrow$ ↓	ЛТ	ТТ	
ЧВРСТО	КРОЗ ШИПКУ $\sqrt{\frac{E_Y}{\rho}}$	$\sqrt{\frac{E_S}{\rho}}$	ЖИЦА: $\sqrt{\frac{F}{\mu}}$, $\mu = \frac{m}{l} = \rho \cdot S$ ПОДУЖНА МАСА
ТЕЧНО	$\sqrt{E_V/\rho}$ (E_V → МОДУЛ СТИШЉИВОСТИ)	/	
ГАСОВИТО	$\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = \sqrt{\frac{p\gamma}{\rho}}$	/	γ - АДИЈАБАТСКА КОНСТАНТА; M - МОЛАРНА МАСА

(ТРАНСВЕРЗАЛНИ ТАЛАСИ У ТЕЧНИМ И ГАСОВИТИМ СРЕДИНАМА МОГУ НАСТАТИ, АЛИ ЈАКО БРЗО БИВАЈУ ПРИГУШЕНИ И КРАТКОГ СУ ДОМЕТА). САДА ЋЕМО ИЗЛОЖИТИ ДВА ПРИМЕРА ИЗВОЂЕЊА ИЗРАЗА ЗА ФАЗНУ БРЗИНУ ТАЛАСА.

ПРИМЕР 1 БРЗИНА ЛОНГИТУДИНАЛНИХ ТАЛАСА У ШИПЦИ

ПОСМАТРАЈМО ШИПКУ КОЈА ЈЕ ИЗЛОЖЕНА АКСИЈАЛНОЈ ДЕФОРМАЦИЈИ И УОЧИМО ДВА ЊЕНА ПОПРЕЧНА ПРЕСЕКА УДАЉЕНА ЗА $\underline{\Delta X}$:



$\psi(x,t)$ И $\psi(x+\Delta x,t)$ СУ УДАЉЕЊА ДЕЛИЋА ШИПКЕ ОД РАВНОТЕЖНОГ ПОЛОЖАЈА НА МЕСТИМА x, $x+\Delta x$ РЕСПЕКТИВНО.

S – ПОПРЕЧНИ ПРЕСЕК ШИПКЕ

САДА ПО II ЊУТНОВОМ ЗАКОНУ МОЖЕМО ПИСАТИ:

$$\underbrace{\rho S\cdot\Delta x}_{\text{МАСА ДЕЛИЋА}}\cdot\underbrace{\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}}_{\text{УБРЗАЊЕ}}=\underbrace{\sigma(x,t)\cdot S-\sigma(x+\Delta x,t)\cdot S}_{\text{СИЛА КОЈА СПОЉА ДЕЛУЈЕ НА ДЕЛИЋ ШИПКЕ}}$$

КАКО ЈЕ: $\sigma(x,t)=-E_Y\dfrac{\partial\psi}{\partial x}\Big|_x$, $\sigma(x+\Delta x,t)=-E_Y\dfrac{\partial\psi}{\partial x}\Big|_{x+\Delta x}$ БИЋЕ:

$$\rho\cdot \cancel{S}\cdot\Delta x\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=\left(-E_Y\frac{\partial\psi}{\partial x}\Big|_x\right)\cdot\cancel{S}-\left(-E_Y\frac{\partial\psi}{\partial x}\Big|_{x+\Delta x}\right)\cdot\cancel{S}\Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=\frac{E_Y}{\rho}\cdot\frac{\frac{\partial\psi}{\partial x}\Big|_{x+\Delta x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\Big|_x}{\Delta x}=\frac{E_Y}{\rho}\cdot\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)$$

КАД СЕ УЗМЕ ГРАНИЧНА ВРЕДНОСТ $\Delta x\to 0$ БИЋЕ:

$$\boxed{\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=\frac{E_Y}{\rho}\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}}$$

ОВО ЈЕ ПО ОБЛИКУ ТАЛАСНА ЈЕДНАЧИНА (ЈЕДНОДИМЕНЗИОНА) И ВИШЕ ЈЕ НЕГО ЈАСНО КАД СЕ ОНА УПОРЕДИ СА ОПШТИМ ОБЛИКОМ

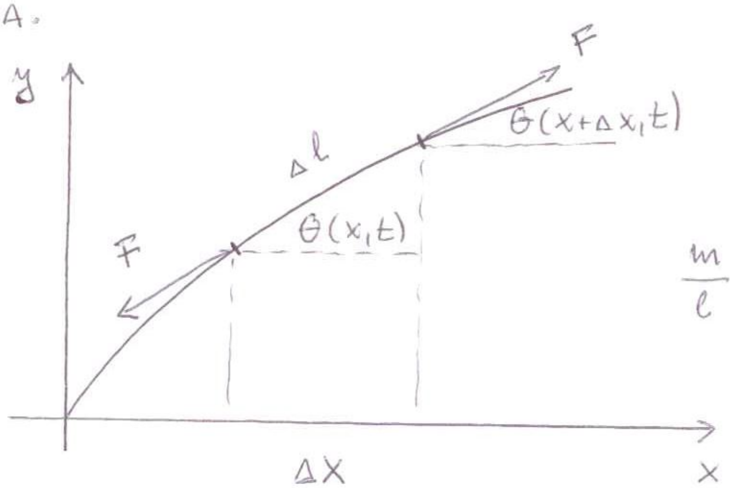
ДА СЕ ЗА $\underline{C}$ ДОБИЈЕ ВРЕДНОСТ ИЗ ТАБЕЛЕ:

$$\boxed{C=\sqrt{\frac{E_Y}{\rho}}}$$

БРЗИНА ЛОНГИТУДИНАЛНИХ ТАЛАСА У ЧВРСТОМ ТЕЛУ (ШИПЦИ)

ПРИМЕР 2 БРЗИНА ТРАНСВЕРЗАЛНИХ ТАЛАСА У ЗАТЕГНУТОЈ ЖИЦИ

Посматрајмо жицу затегнуту силом F кроз коју се простире трансверзални талас. Због тога се жица деформише као на слици, а њени делови крећу се у правцу y-осе. Уочени комад жице има дужину Δl и масу $\frac{m}{l}\cdot\Delta l$ ако је жица хомогена.



II Њутнов закон написан за кретање по y-оси је:

$$\frac{m}{l}\cdot\Delta l\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=-F\sin\theta(x,t)+F\sin\theta(x+\Delta x,t)$$

$\psi(x,t)\rightarrow y(x,t)$ јер је талас трансверзалан

Из $|y(x,t)|<<\Delta X \Rightarrow \Delta l\simeq\Delta X$, $\sin\theta\approx\theta\approx tg\theta\approx\frac{\partial y}{\partial x}$ па је

$$\frac{m}{l}\cdot\Delta x\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=F\cdot\left(tg\,\theta(x+\Delta x,t)-tg\,\theta(x,t)\right)\Rightarrow\qquad\left(\frac{m}{l}=\mu\right.$$

$$\mu\cdot\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=F\frac{\frac{\partial y}{\partial x}\Big|_{x+\Delta x}-\frac{\partial y}{\partial x}\Big|_{x}}{\Delta x}=F\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)\Rightarrow\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=\frac{F}{\mu}\cdot\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

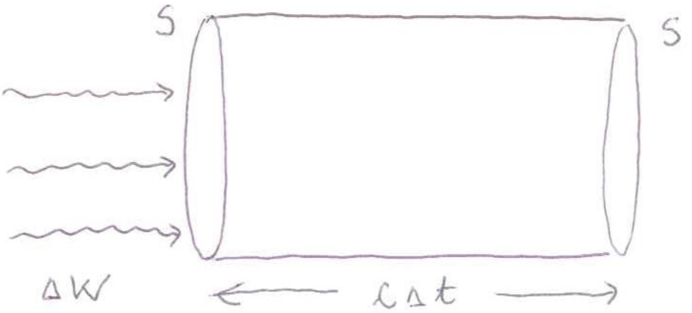
У горњој релацији узета је гранична вредност $\Delta x\rightarrow 0$. Опет се добила таласна једначина из које се јасно издваја:

$\boxed{c=\sqrt{\frac{F}{\mu}}}$ брзина трансверзалних таласа у затегнутој жици

ИНТЕНЗИТЕТ ТАЛАСА

Таласи (и механички као и електромагнетски) су важни за проучавање јер су један од најбољих начина транспорта енергије на велике удаљености. Посматраћемо зато једну површину S нормалну на правац простирања таласа; ΔW је енергија пренесена за време Δt кроз тај попречни пресек од стране

ТАЛАСА:



ТА ЕНЕРГИЈА ПРЕНЕСЕНА КРОЗ $\underline{S}$ ЗА ВРЕМЕ Δt „СПАКОВАНА" ЈЕ У ЗАПРЕМИНУ ОБЛИКА ЦИЛИНДРА БАЗЕ $\underline{S}$ И ДУЖИНЕ $\underline{c\Delta t}$:

$$V = S\cdot c\cdot \Delta t$$

; c – ФАЗНА БРЗИНА ТАЛАСА

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} = P$$

СНАГА ПРЕНЕСЕНА КРОЗ $\underline{S}$

$$\boxed{I = P/S}$$

ИНТЕНЗИТЕТ ТАЛАСА ДЕФИНИШЕ СЕ КАО СНАГА ПРЕНЕСЕНА ОД СТРАНЕ ТАЛАСА КРОЗ ЈЕДИНИЦУ ПОВРШИНЕ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА НОРМАЛНОГ НА ПРАВАЦ ПРОСТИРАЊА ТАЛАСА. ВАЖНА ЈЕ СЛЕДЕЋА ВЕЗА:

$$I = \frac{\Delta W}{\Delta t\cdot S} = \frac{\Omega\cdot \cancel{S}\cdot c\cancel{\Delta t}}{\cancel{S}\cdot\cancel{\Delta t}} = \Omega\cdot c \Rightarrow \boxed{I = \Omega c}$$

ГДЕ ЈЕ

$\underline{\Omega}$ – ЗАПРЕМИНСКА ГУСТИНА ЕНЕРГИЈЕ КОЈУ ТАЛАС НОСИ.

ПОСЛЕДЊА РЕЛАЦИЈА ОМОГУЋАВА НАМ ДА ИНТЕНЗИТЕТ ТАЛАСА ИЗРАЗИМО ПРЕКО ВЕЛИЧИНА КОЈЕ КАРАКТЕРИШУ САМ ТАЛАС (ψ_0, ω) СА ЈЕДНЕ СТРАНЕ И ОСОБИНЕ СРЕДИНЕ (ρ, c) СА ДРУГЕ СТРАНЕ. ОВДЕ ЋЕ ТО БИТИ ДЕМОНСТРИРАНО НА ПРИМЕРУ ЛОНГИТУДИНАЛНОГ ТАЛАСА У ЧВРСТОЈ СРЕДИНИ: ГУСТИНА ЕНЕРГИЈЕ ТАКВОГ ТАЛАСА ЈЕ:

$$\Omega = \Omega_{kin} + \Omega_{el} = \frac{1}{2}\rho v_x^2 + \frac{\sigma^2}{2E_Y} = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)^2 +$$

$$+ \frac{1}{2E_Y}\left(-E_Y\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{2}E_Y\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\rho\psi_0^2\omega^2\cos^2(\omega t - kx + \varphi) + \frac{1}{2}E_Y\psi_0^2k^2\cos^2(\omega t - kx + \varphi)$$

ПРИМЕТИМО ДА ЈЕ (У ОВОМ СЛУЧАЈУ) $E_Y = \rho c^2$ И $\frac{\omega}{k} = c$, ПА ГОРЊИ ИЗРАЗ ПОСТАЈЕ:

$$\Omega = \rho\omega^2\psi_0^2\cos^2(\omega t - kx + \varphi) = \Omega(x,t)$$

КАКО СЕ $\Omega(x,t)$ НАЈЧЕШЋЕ БРЗО МЕЊА СА ВРЕМЕНОМ (ВЕЛИКА

ФРЕКВЕНЦА ТАЛАСА) ЈЕДИНО ИМА СМИСЛА ПОСМАТРАТИ СРЕДЊУ ВРЕДНОСТ ПО ВРЕМЕНУ:

$$\langle f(t) \rangle_{(t_1,t_2)} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt \Rightarrow \underline{\langle \cos^2(\omega t - kx + \varphi) \rangle = 1/2}$$

$$\Rightarrow \langle \Omega \rangle = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \Psi_0^2 \Rightarrow \boxed{\langle I \rangle = I = \frac{1}{2} \rho c \omega^2 \Psi_0^2}$$

БЕЗ ОБЗИРА ШТО ЈЕ ИЗВЕДЕН У СПЕЦИФИЧНОМ СЛУЧАЈУ (ЛТ У ЧВРСТОМ ТЕЛУ) ОВАЈ ИЗРАЗ ЈЕ <u>УНИВЕРЗАЛНОГ КАРАКТЕРА</u> ⇒ ВАЖИ ЗА ОБА ТИПА ТАЛАСА (ЛТ + ТТ) У СВИМ СРЕДИНАМА.

ρ – ГУСТИНА СРЕДИНЕ КРОЗ КОЈУ СЕ ТАЛАС ПРОСТИРЕ

c – БРЗИНА ОДГОВАРАЈУЋЕГ ТАЛАСА У ЊОЈ

САДА СЕ МОЖЕ ИЗРАЧУНАТИ И СРЕДЊА СНАГА ПРЕНЕСЕНА ТАЛАСОМ:

$$\boxed{P = \frac{1}{2} \rho c \cdot S \cdot \omega^2 \cdot \Psi_0^2}$$

НИВО ЗВУКА / ТАЧКАСТИ ИЗВОР ТАЛАСА

ЗВУКОМ СЕ СМАТРА СВАКА МЕХАНИЧКА ОСЦИЛАЦИЈА ЧИЈЕ СУ ФРЕКВЕНЦЕ У ОПСЕГУ (20 Hz – 20 kHz). У ПРАКСИ СЕ ЧЕСТО ДЕФИНИШЕ <u>НИВО ЗВУКА (СУБЈЕКТИВНА ЈАЧИНА ТАЛАСА)</u>

$$\beta = 10 \log(I/I_0) \quad (dB - \text{ДЕЦИБЕЛИ})$$

У ПИТАЊУ СУ ДЕКАДНИ ЛОГАРИТМИ

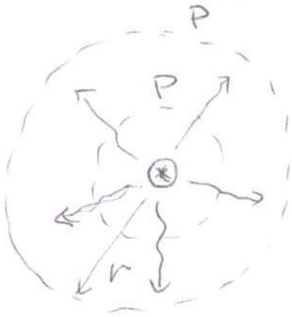
$I_0 = 10^{-12}\ W/m^2$ ПРАГ ЧУЈНОСТИ ЗА НОРМАЛНО ЉУДСКО УХО

ПОРЕД ТОГА МОЖЕ СЕ ДЕФИНИСАТИ И ПРАГ БОЛА ЗА НОРМАЛНО ЉУДСКО УХО И ОН ИЗНОСИ:

$$I_B = 1 \frac{W}{m^2} \Rightarrow \beta_B = 10 \log \frac{1\ W/m^2}{10^{-12}\ W/m^2} = 10 \log 10^{12} = 120\,dB \Rightarrow$$

$$\boxed{\beta_B = 120\,dB}$$

НА ОВОМ МЕСТУ ТРЕБА НАПОМЕНУТИ ДА У ПРИРОДИ НЕ ПОСТОЈЕ САМО РАВАНСКИ ТАЛАСИ. ЧЕСТИ СУ И СФЕРНИ ТАЛАСИ КОЈИ ОБИЧНО ПОТИЧУ ОД ИЗОТРОПНОГ ТАЧКАСТОГ ИЗВОРА. ЕМИТОВАНА ЕНЕРГИЈА ПРОСТИРЕ СЕ ОД ЊЕГА У СВИМ ПРАВЦИМА ЈЕДНАКО:



СНАГА $\underline{P}$ КОЈУ ИЗВОР ЕМИТУЈЕ „РАСИПА" СЕ НА СВЕ ВЕЋЕ СФЕРНЕ ПОВРШИНЕ $\underline{S} = 4\pi r^2$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} \sim \frac{1}{r^2}$$

r – РАСТОЈАЊЕ ОД ИЗВОРА

АКО ОВАЈ ИЗРАЗ УПОРЕДИМО СА РАНИЈЕ ДОБИЈЕНИМ ИЗРАЗОМ ЗА ИНТЕНЗИТЕТ ТАЛАСА ЗАКЉУЧИЋЕМО СЛЕДЕЋЕ:

$$I = \frac{1}{2}\rho c \omega^2 \Psi_0^2 = \frac{P}{4\pi r^2}$$

$\Rightarrow$ ЈЕДИНО АМПЛИТУДА Ψ_0 МОЖЕ ОПАДАТИ СА РАСТОЈАЊЕМ $\underline{r}$ ОД ИЗВОРА. ТО ЈЕ РАЗЛОГ ЗАШТО ЧУЈЕМО ЗВУК НА МАЊИМ, АЛИ НЕ И НА ВЕЋИМ РАСТОЈАЊИМА (ДА СЕ ТО ПРЕВАЗИЂЕ КОРИСТИ СЕ МЕГАФОН). САДА ЈЕ:

$$\beta(r) = 10 \log \frac{P}{4\pi r^2 I_0}$$

ПА ЈЕ РАЗЛИКА НИВОА ЗВУКА НА РАСТОЈАЊИМА r_1, r_2 ОД ИЗВОРА:

$$\beta(r_1) - \beta(r_2) = 10 \log \frac{P}{4\pi r_1^2 I_0} - 10 \log \frac{P}{4\pi r_2^2 I_0} =$$

$$= 10 \log \frac{\frac{\cancel{P}}{\cancel{4\pi} r_1^2 \cancel{I_0}}}{\frac{\cancel{P}}{\cancel{4\pi} r_2^2 \cancel{I_0}}} = 10 \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 20 \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

*) АКО У НАШОЈ СРЕДИНИ ПОСТОЈИ АПСОРПЦИЈА ЗВУЧНИХ ТАЛАСА ОНА СЕ ОБИЧНО ОПИСУЈЕ ИЗРАЗОМ:

$$\boxed{P(r) = P \cdot e^{-\mu r}}$$

ГДЕ ЈЕ:

P – СНАГА КОЈУ ИЗВОР ЕМИТУЈЕ

μ – КОЕФИЦИЈЕНТ АПСОРПЦИЈЕ

P(r) – СНАГА КОЈА „ДОСПЕ" НА РАСТОЈАЊЕ $\underline{r}$ ОД ИЗВОРА и у сваком од ранијих израза треба извршити замену

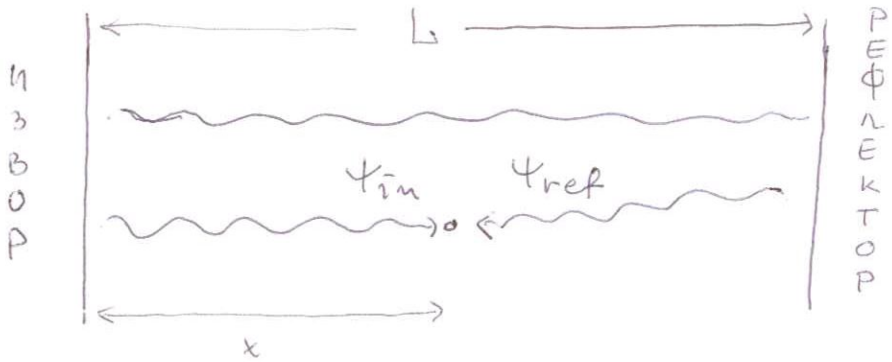
$$P \to P e^{-\mu r} \Rightarrow$$

$$\beta(r_1) - \beta(r_2) = 10 \log \frac{\dfrac{P \cdot e^{-\mu r_1}}{\cancel{4\pi} r_1^2 \cancel{I_0}}}{\dfrac{P \cdot e^{-\mu r_2}}{\cancel{4\pi} r_2^2 \cancel{I_0}}} = 10 \log\left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \cdot e^{\mu (r_2 - r_1)}\right]$$

**) Чак и кад кажемо да два механичка таласа имају исту фреквенцу, то најчешће није случај. Те фреквенце нису тачно једнаке, већ само приближно. Зато ће се интензитети два таласа најчешће сабирати без присуства интерференције (види Оптика, II семестар): $I = I_1 + I_2$

Стојећи талас

Настанак: Само му име каже да је можда дошао тренутак да допунимо наш исказ са почетка излагања о таласима (талас је осцилација која путује). Посматрајмо систем који се састоји од извора раванских таласа и паралелно њему на удаљености L постављеног идеалног рефлектора:



Уочимо сада произвољну тачку на удаљености x од извора. У њу падају упадни талас (директно са извора) и од рефлектора одбијени талас.

Њиховом суперпозицијом добија се резултујући талас:

$$\Psi_{rez}(x,t) = \Psi_0 \sin(\omega t - kx) + \Psi_0 \sin\left[\omega t - k(2L - x) + \delta\right]$$

јер је кашњење сваког од таласа условљено раздаљином коју сваки од њих до сусрета пређе.

$$\Psi_{rez}(x,t) = 2\Psi_0 \sin\left(\omega t - kL + \frac{\delta}{2}\right) \cdot \cos\left(kL - kx - \frac{\delta}{2}\right) =$$

$$= 2\Psi_0 \cos\left(kL - kx - \frac{\delta}{2}\right) \cdot \sin\left(\omega t - kL + \frac{\delta}{2}\right)$$

ВИДИМО ДА ИЗВЕДЕНИ ОБРАЗАЦ НЕ ОДГОВАРА РАНИЈЕ ДОБИЈЕНОМ ИЗРАЗУ ЗА ПРОГРЕСИВНИ ТАЛАС. СИНУСНИ ДЕО ПРЕДСТАВЉА НАЈОБИЧНИЈУ ВРЕМЕНСКУ ОСЦИЛАЦИЈУ, ДОК ЧЛАН ИСПРЕД ЊЕГА ПРЕДСТАВЉА АМПЛИТУДУ ТЕ ОСЦИЛАЦИЈЕ КОЈА ЗАВИСИ ОД УДАЉЕЊА x ОД ИЗВОРА. ДОБИЈЕНА ФОРМА СЕ ЗАТО НАЗИВА СТОЈЕЋИ ТАЛАС И САДА ЋЕМО ТУ ЊЕГОВУ АМПЛИТУДУ АНАЛИЗИРАТИ:

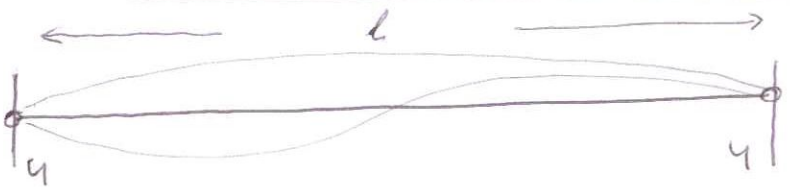
1) КАДА ЈЕ $\boxed{\cos(kL - kx - \delta/2) = 0}$ ТАКВА МЕСТА СЕ НАЗИВАЈУ ЧВОРОВИ И ОНА УОПШТЕ НЕ ОСЦИЛУЈУ, ВЕЋ МИРУЈУ.

2) КАДА ЈЕ $\boxed{\cos(kL - kx - \delta/2) = \pm 1}$ ТАКВА МЕСТА СЕ НАЗИВАЈУ ТРБУСИ И ОСЦИЛУЈУ СА МАКСИМАЛНОМ АМПЛИТУДОМ.

ПРИМЕРИ

МАЛОЧАС СМО ДЕМОНСТРИРАЛИ КАКО СТОЈЕЋИ ТАЛАС НАСТАЈЕ, АЛИ У ПРАКСИ НЕ КОРИСТИМО ТАЈ МЕТОД ДА ОДРЕДИМО ПОЛОЖАЈЕ ЧВОРОВА И ТРБУХА. ВИШЕ СЕ КОРИСТИМО АРГУМЕНТИМА КОЈИ СУ ПЛОД РАЗМИШЉАЊА.

1) ЖИЦА УЧВРШЋЕНА НА ОБА КРАЈА



НА МЕСТИМА УКЉЕШТЕЊА СУ ЧВОРОВИ. ИЗМЕЂУ МОЖЕ БИТИ: 0 ЧВОРОВА, 1 ЧВОР, 2 ЧВОРА ....

$\Downarrow$

ОДАВДЕ ЈЕ

- РАСТОЈАЊЕ ДВА СУСЕДНА ЧВОРА $\lambda/2$
- РАСТОЈАЊЕ ДВА СУСЕДНА ТРБУХА $\lambda/2$
- РАСТОЈАЊЕ ЧВОРА И СУСЕДНОГ ТРБУХА $\lambda/4$

$$l = \frac{\lambda}{2},\ 2\frac{\lambda}{2},\ 3\frac{\lambda}{2},\ \ldots \qquad l = n\frac{\lambda}{2} \quad n \in N$$

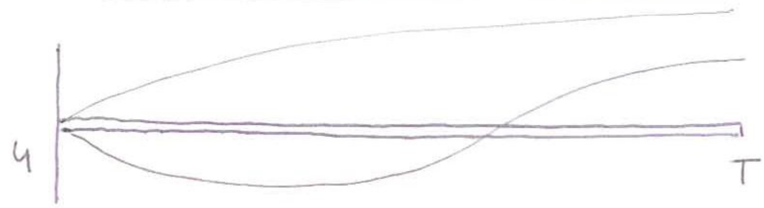
$$\Rightarrow l = n \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{c}{f} \Rightarrow \boxed{f_n = n \cdot \frac{c}{2l}},\ n \in N$$

ДАКЛЕ У ОВОМ СЛУЧАЈУ НЕ МОГУ СЕ ОСТВАРИТИ ПРОИЗВОЉНЕ ФРЕКВЕНЦЕ, ВЕЋ САМО ОДАБРАНЕ (ЦЕЛИ УМНОШЦИ ОД $c/2l$):

$n = 1 \Rightarrow \boxed{f_1 = c/2l}$ ОСНОВНИ ТОН

ИСТОВЕТАН СЛУЧАЈ ЈЕ ЦЕВ ИСПУЊЕНА ВАЗДУХОМ ЗАТВОРЕНА НА ОБА КРАЈА.

2) ШИПКА УЧВРШЋЕНА НА ЈЕДНОМ КРАЈУ



НА МЕСТУ УКЉЕШТЕЊА ЧВОР, НА СЛОБОДНОМ КРАЈУ ТРБУХ; ОСТАЛО СВЕ КАО МАЛОЧАС

$l = \frac{\lambda}{4}, 3\frac{\lambda}{4}, 5\frac{\lambda}{4}, \ldots$ $\quad l = (2n-1)\frac{\lambda}{4} = (2n-1)\frac{c}{4f} \quad n \in N$

$f = (2n-1)\frac{c}{4l}$ $\quad \boxed{f_n = \left(n - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{c}{2l}} \quad n \in N$

ОВДЕ ЈЕ ДАКЛЕ МОГУЋЕ ОСТВАРИТИ ФРЕКВЕНЦЕ КОЈЕ СУ ПОЛУЦЕЛИ УМНОШЦИ ОД $c/2l$:

$n = 1 \quad \boxed{f_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{c}{2l}}$ ОСНОВНИ ТОН

ИСТИ ЈЕ СЛУЧАЈ И ЗА ЦЕВ СА ВАЗДУШНИМ СТУБОМ ОТВОРЕНУ САМО НА ЈЕДНОМ СВОМ КРАЈУ. СВЕ ИЗЛОЖЕНО ВАЖИ И ЗА ЛОНГИТУДИНАЛНЕ И ЗА ТРАНСВЕРЗАЛНЕ ТАЛАСЕ (НАРАВНО ТАМО ГДЕ ПОСЛЕДЊИ ПОСТОЈЕ).

*) ОВДЕ ТРЕБА ПОМЕНУТИ СЛЕДЕЋЕ: АКО ИМАМ ДВА (ЗВУЧНА) ТАЛАСА БЛИСКИХ ФРЕКВЕНЦИ f_1, f_2 $(f_1 \approx f_2)$ ЈА ЋУ ЧУТИ И ТАКОЗВАНО ИЗБИЈАЊЕ, ТЈ. ЗВУК ФРЕКВЕНЦЕ:

$$\boxed{f_B = |f_1 - f_2|}$$

МОЖЕ СЕ ТАДА ДЕФИНИСАТИ И „ГРУПНА" БРЗИНА ОВА ДВА ТАЛАСА КАО:

$$v_{gr} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2}, \quad \omega = 2\pi f$$

/ АКО БИ ПОСТОЈАО ТАЛАС СА ЗАВИСНОШЋУ $\omega = \omega(k)$,

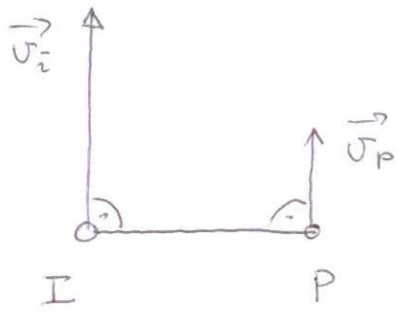
ТАДА БИ БИЛО: $c = \frac{\omega(k)}{k}, \quad v_{gr} = \frac{d\omega}{dk}$

ДОПЛЕРОВ ЕФЕКАТ

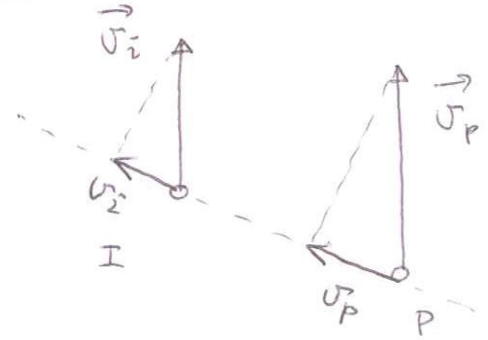
1) АКО ИЗМЕЂУ ИЗВОРА ЗВУКА (I) И ПРИЈЕМНИКА (P) НЕМА РЕЛАТИВНОГ КРЕТАЊА*, ТАДА ЈЕ ФРЕКВЕНЦА ЗВУКА КОЈИ ЕМИТУЈЕ ИЗВОР f_0 ЈЕДНАКА ОНОЈ КОЈУ ЧУЈЕ ПРИЈЕМНИК f_P. $\boxed{f_0 = f_P}$

2) АКО ОВАКВО РЕЛАТИВНО КРЕТАЊЕ ПОСТОЈИ ТАДА ОВЕ ДВЕ ФРЕКВЕНЦЕ НИСУ ЈЕДНАКЕ $\boxed{f_0 \neq f_P}$

*) СМАТРА СЕ ДА РЕЛАТИВНО КРЕТАЊЕ ПОСТОЈИ (У НЕРЕЛАТИВИСТИЧКОМ СЛУЧАЈУ) АККО БРЗИНЕ ИЗВОРА $\vec{v}_i$ И ПРИЈЕМНИКА $\vec{v}_p$ НИСУ ОКОМИТЕ НА ПРАВАЦ КОЈИ ИХ СПАЈА (И НАРАВНО АКО СУ ОДГОВАРАЈУЋЕ КОМПОНЕНТЕ РАЗЛИЧИТЕ):



НЕМА РЕЛАТИВНОГ КРЕТАЊА



ИМА РЕЛАТИВНОГ КРЕТАЊА

КАО БРЗИНЕ КОЈИМА СЕ У ПРАКСИ ОПЕРИШЕ (ТАБЕЛА) ТРЕБА УЗЕТИ ЊИХОВЕ ПРОЈЕКЦИЈЕ НА ПРАВАЦ КОЈИ СПАЈА (I) И (P)

У ТАБЕЛИ СУ ДАТЕ ФРЕКВЕНЦЕ f_P КОЈЕ ЧУЈЕ ПРИЈЕМНИК У ЗАВИСНОСТИ ОД ФРЕКВЕНЦЕ КОЈУ ЕМИТУЈЕ ИЗВОР f_0. ИЗВОР И ПРИЈЕМНИК КРЕЋУ СЕ ОДЕ ДУЖ ЈЕДНЕ ЛИНИЈЕ (ОБЈАСНИЛИ СМО МАЛОЧАС ДА ЈЕ ТО ЈЕДИНО РЕЛЕВАНТНО РЕЛАТИВНО КРЕТАЊЕ У ОВОМ СЛУЧАЈУ).

**) <u>ДОПЛЕРОВ ЕФЕКАТ</u> МОЖЕ СЕ ОБЈАСНИТИ КАО ПЕРЦЕПЦИЈА f_P, f_0 У РАЗНИМ СИСТЕМИМА РЕФЕРЕНЦИЈЕ, АЛИ ТО ИЗЛАЗИ ИЗ ОКВИРА ОВОГ КУРСА.

Р мирује, И се креће		И мирује, Р се креће		Оба се крећу			
ка Р	од Р	ка И	од И	И → ← Р	И ← → Р	И → → Р	И ← ← Р
$f_P = \frac{c}{c - v_i} f_0$	$f_P = \frac{c}{c + v_i} f_0$	$f_P = \frac{c + v_P}{c} f_0$	$f_P = \frac{c - v_P}{c} f_0$	$f_P = \frac{c + v_P}{c - v_i} f_0$	$f_P = \frac{c - v_P}{c + v_i} f_0$	$f_P = \frac{c - v_P}{c - v_i} f_0$	$f_P = \frac{c + v_P}{c + v_i} f_0$

c – фазна брзина таласа у датој средини:

При рефлексији пријемник постаје извор оне фреквенце која на њега пада.